

应用自然正交函数表示极区高度场特征的尝试*

董敏 魏凤英 李小泉

(气象科学研究院天气气候研究所) (中央气象台)

提 要

应用自然正交函数, 根据12个月多年平均的极区高度场资料求得了一组有明显天气学意义的特征向量。每一个特征向量代表一种高度场的典型分布。将具体某年某月的实际高度场在这组特征向量上的投影定义为极涡系数。每一个极涡系数就表示实际高度场与相应典型场的相似程度。极涡系数与我国长期天气变化有着密切的关系。

一、引 言

从总体上观察, 整个半球的大型天气系统可以看作是由极涡、副热带高压及两者之间的西风带所构成。极涡对整个大气环流的长期演变、大气内部的能量转换以及对世界各地的天气异常变化都有着重要的影响。在这方面, 文献[1][2][3]已有很多论述。

极涡位于极区, 且常常分裂为几个中心, 因此客观地表征它的位置和强度有很多困难, 至今尚未形成一个公认的代表极涡特征的物理量。本文应用自然正交函数对1—12月多年平均500百帕极区格点高度值进行分解, 求出一组彼此正交的规格化特征向量。其中每一特征向量都表示一种典型场。以这些典型场为坐标, 对各年各月的实际高度场进行分解, 求出对应的时间系数。每一个系数都表示实际场所含有的该典型场的强度。这样就得到了一种能定量表示极区高度场特征的工具, 并有可能通过对这些系数的分析来研究极涡的变化、极涡与其它大气环流系统的相互作用、下垫面状况对极涡变化的影响等。这些研究的成果将有助于提高长期天气预报的水平。

二、原理和计算方法

1. 设有随着时间和空间变化的离散要素场 X , 其样本资料构成矩阵 $n \times m = (x_{ij})$, 其中 i 随时间变化, j 随空间变化。根据傅立叶原理, 只要求出一组正交规格化的空间

* 本文于1985年5月20日收到, 1985年8月12日收到修改稿

函数族 $\{\Phi_j, j=1, 2, \dots, m\}$ 即可将 nX_m 表示成 $\{\Phi_j\}$ 的线性组合。函数族 $\{\Phi_j\}$ 可以这样求出:

先求出 $mX_n^T X_m = mR_m$, 然后求解实对称矩阵 mR_m 的特征值 λ_j 和对应于各特征值的规格化的特征向量 $\Phi_j, j=1, 2, \dots, m$ 。它就是所要求的正交规格化的函数族。于是原资料矩阵可以写成:

$$nX_m = nZ_m \Phi_m^T \quad (1)$$

其中

$$m\Phi_m = \begin{pmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \dots & \varphi_{1m} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \dots & \varphi_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{m1} & \varphi_{m2} & \dots & \varphi_{mm} \end{pmatrix} \quad (2)$$

矩阵 Φ 的每一列为一个特征向量。 nZ_m 为时间系数矩阵。

$$nZ_m = nX_m \Phi_m \quad (3)$$

2. 原始资料矩阵为1951—1980年共30年平均的1—12月500百帕的高度值, 其行数 $n=12$ 。我们主要是研究极区高度场的特征, 因此空间点只取 50°N 以北的。在 85°N 纬圈上只取 $0^\circ, 90^\circ\text{E}, 180^\circ$ 和 90°W 四个点。在 80°N 纬圈上, 从 0° 起每隔 30° 取一点。在 75°N 纬圈上每隔 20° 取一个点, $50-70^\circ\text{N}$ 纬圈每隔 10° 取一点。空间点数总共为214, 即 $m=214$ 。

由于受计算机容量的限制, 我们先求 $nX_m X_m^T$ 的特征值(n 个)和特征向量, 然后利用时空转换公式^[4], 求出 $m\Phi_m$ 的前12个特征向量。表1给出这些特征值及其相应的拟合比例。

表1 特征值及拟合比例

入	20895.41	321.41	19.92	9.63	4.54	2.46	2.21	1.23	0.80	0.59	0.31	0.26
拟合比例	0.850	0.983	0.991	0.995	0.997	0.998	0.999	0.999	1.000	1.000	1.000	1.000

三、极涡特征向量

图1给出极区高度场主要特征向量的图形, 表2是相应的12个特征向量的系数。现就几个主要特征向量的天气学意义作一简单的说明:

1. 第一特征向量为一个以极地为中心的圆, 其最低中心偏于西半球, 并向北美东岸和亚洲东岸伸出两个槽。这个特征向量表示一种多年平均的状态。比较图1a与各月多年平均图的平均(图略), 可以发现两者是相当一致的。第一特征向量的各分量都是正值, 因此时间系数的大小就可表明整个极区的高度。极区高度是由冬到夏逐渐升高, 因此第一特征向量的系数也是由冬到夏逐渐增大的。

2. 第二特征向量的特征是极区有两个明显的低中心, 一个位于北美, 一个位于东西伯利亚, 呈明显的偶极型。在北美和亚洲的东岸, 从极涡中心向高纬度地区伸出两个低槽, 从新地岛直到东欧南部也有一个低槽, 其强度比两个大陆东岸的槽弱得多(图1b)。

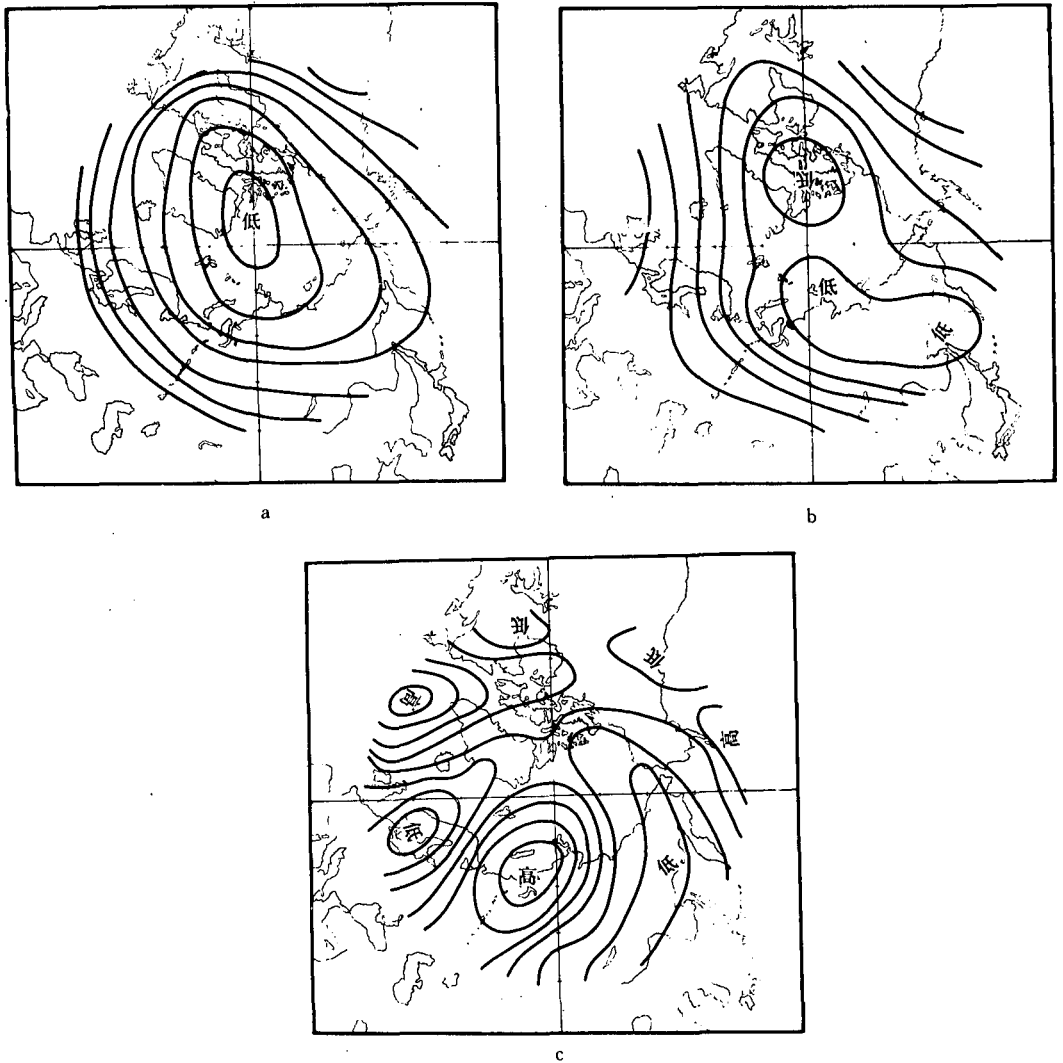


图 1 极区高度场主要特征向量图形

a. 第一特征向量, b. 第二特征向量

c. 第五特征向量

第二特征向量的这种分布状况与典型的冬季形势很相似, 因此这一特征向量的时间系数是冬季较大, 夏季较小, 5—9 月为负值。

第二特征向量的另一个特点是, 在极区和两个低中心附近, 特征向量的分量为负值, 其它地方为正值。当冬季时间系数为正值时, 反映极区和两大陆东岸的槽区高度很低, 即极涡和北美槽、东亚槽很强。夏季时间系数为负值, 反映极涡弱, 大陆东侧的槽也不明显。

第一特征向量拟合了总方差的绝大部分(见表 1), 它可以看作是场的基本状态, 而其余特征向量都只能看作是叠加在基本场上的扰动。越在后面的特征向量所代表的扰动尺度也就越小(图 1c)。

表 2 平均高度场的时间系数

月	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z_6	Z_7	Z_8	Z_9	Z_{10}	Z_{11}	Z_{12}
1	339.08	98.79	-33.51	-1.07	-9.39	-10.73	-1.44	-5.14	-2.06	-0.77	-2.51	-1.26
2	350.08	92.60	-23.54	1.11	-0.44	10.77	13.32	4.66	0.50	1.64	0.04	-0.94
3	401.60	79.30	-4.03	-0.97	-3.84	6.95	-5.13	-4.58	7.37	-3.22	0.80	3.49
4	519.30	44.84	15.88	-12.75	10.94	8.77	-5.29	-4.76	-1.14	-0.62	-2.22	-3.91
5	666.15	-10.60	11.24	-30.99	-5.35	-0.75	4.05	-1.58	-4.24	2.44	0.38	3.14
6	799.79	-64.36	-6.49	-13.56	-10.03	-2.31	-4.82	7.82	4.04	-1.88	1.52	-2.84
7	890.36	-94.43	-17.00	6.39	13.05	-0.37	1.04	2.57	-1.53	-3.85	-3.28	2.28
8	859.28	-79.05	-5.62	10.97	2.99	-1.76	5.27	-8.47	0.48	1.11	4.33	1.39
9	732.80	-17.80	5.69	17.87	-8.25	3.77	-6.95	1.14	0.05	7.32	-2.19	0.70
10	569.54	52.02	38.06	13.35	-10.98	-1.46	5.69	1.02	-2.57	-4.85	-0.61	-0.31
11	442.18	91.22	17.04	-1.33	14.08	-12.00	3.23	2.73	5.40	2.88	-0.26	0.20
12	362.91	102.05	-7.53	5.83	7.38	0.23	-8.91	4.35	-6.21	0.61	4.06	0.85

四、极 涡 系 数

图 1 给出的一组特征向量彼此是正交的，且模都是 1，它们构成了一组正交规格化的基底(坐标)，任何一个月实际高度场都可以用它在这组坐标上的投影来表示。

设某月各年的实际高度场为 ${}_k F_m$ ，其中 m 为空间点数 ($m=214$)， k 为年数，用 ${}_k F_m$ 代替公式(3)中的 ${}_n X_m$ ，则可得到一个新的系数矩阵：

$${}_k P_l = {}_k F_m \Phi_l \quad (4)$$

$$\text{或} \quad P_{ij} = \sum_{q=1}^m F_{iq} \Phi_{qj} \quad i=1, 2, \dots, k; \quad j=1, 2, \dots, l \quad (5)$$

式中 l 为所取特征向量个数， $l=12$ 。系数 P_{ij} 的下标 i 表示年份，下标 j 表示相应特征向量的序号。例如 P_{11} 表示第一年(这里为 1951 年)实际场对第一特征向量的时间系数。表 3 给出了 1951—1980 年 1 月份第一特征向量系数 (P_A) 的值。

表 3 可以证明，某月第 j 个时间系数的多年平均值，就是多年平均高度场的第 j 个时间系数的值^[5]。例如，表 3 中各年 1 月份 P_A 的平均值就等于表 2 中第一行第一列的值，即 1 月份的 Z_1 值。

表 3 1951—1980 年 1 月份 P_A 值

年 份	1951	1952	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960
P_1	300.97	309.54	336.36	333.22	344.94	378.74	310.60	356.83	378.33	367.66
年 份	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970
P_1	343.49	316.34	411.76	299.35	331.63	330.43	307.77	359.57	374.00	353.28
年 份	1971	1972	1973	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
P_1	315.91	304.55	331.26	369.51	312.03	338.31	406.11	346.25	362.19	304.55

由(5)式可知,第*i*年某月第*j*个系数 P_{ij} ,表示了该年实际高度场在第*j*个特征向量上的投影的大小,即表示该年实际高度场分布与第*j*种典型场的相似程度。这些典型场均是根据极区高度场分布的气候平均值求得的,新的 P_{ij} 系数表示的是实际各年各月高度场与典型的气候场的相似程度。我们把这些系数称为极涡系数。由于典型场有12个,所以极涡系数也有12个,它们从十二个方面表示了每年每月实际极区高度场的分布特征。

由于某年某月的实际高度场与气候状况相比要多一些小尺度系统,若用气候特征向量来拟合实际场时是会有一些误差的。表4给出1951—1980年1、4、7、10月实际高度场的均方根误差,即

$$R = \sqrt{\frac{1}{m \times n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (F_{ij} - \hat{F}_{ij})^2} \quad (6)$$

表4 实际高度场的拟合误差

月 份		1	4	7	10
特 征 向 量 个 数	3	6.26	4.93	3.74	5.19
	5	5.51	4.11	3.38	4.59
	9	4.60	3.73	3.08	3.97
	12	1.18	3.16	2.81	3.65
σ		7.16	5.18	3.91	5.42

表中 σ 为各月高度场的标准差。我们的目的不是使用极涡系数的预报值去拟合出一个预报的高度场,而是把极涡系数作为表示实际高度场分布特征,表示实际场与典型场相似程度的特征量。因此上述拟合误差并不影响极涡系数的使用价值。

多年平均的高度场可以视为准定常的,故上述特征向量将在较长时间内保持不变,未来的高度场的特征也可以用它们在这组特征向量上的投影来表示。此外,这组特征向量的求出考虑了十二个月的不同高度场的特征,因此只要是对应于同一特征向量的时间系数,彼此就可以比较,这就有助于研究极涡系数的季节变化和对它们进行长序列的周期分析。

五、极涡系数与我国长期天气的关系

每一个极涡系数都对应着极区高度场的某种典型分布,因此它就必须对应着一种与该典型场相联系的天气特征。计算十二个极涡系数与同期我国160个站月平均温度及降水量的相关系数,结果表明这十二个时间系数与我国天气有密切关系。

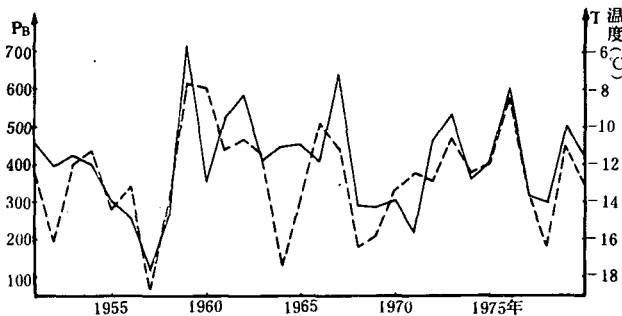
表5为十二个极涡系数与同期我国各站温度的相关状况,表中数字为相关系数满足0.05信度的站点数。可以看出,第一,第五,第六,第八等极涡系数与我国大多数站的温度有较好的关系。尤其是1月份第一极涡系数 P_A ,2月的 P_F ,3月的 P_E ,12月的 P_A 、 P_E 、 P_F 和 P_H 等,它们与我国半数以上站的温度有较密切的关系。当然,极涡是高纬度系统,对我国冬季的天气影响是较大的,11—3月相关好的站点多,4—10月则少一些。

作为一个例子,图2给出2月份极涡第二特征向量的系数 P_B 与长春气温的多年变化曲线,可以看出两者的变化趋势是相当一致的。

东北地区其它站的温度与 P_B 系数也有明显的正相关关系,这不仅表现在2月份,整个冬半年(11—3月)都如此。这说明这种关系不是偶然的,不仅是统计学上的联系,

表 5 极涡系数与同月温度相关系数满足0.05信度的站点数

月	P_A	P_B	P_C	P_D	P_E	P_F	P_G	P_H	P_I	P_J	P_K	P_L
1	89	21	16	11	6	3	0	4	20	6	6	8
2	78	57	2	2	33	105	10	1	25	0	16	12
3	48	73	69	62	130	14	18	10	0	14	21	12
4	29	6	6	16	7	35	57	13	4	33	24	18
5	4	0	36	3	28	18	33	40	23	4	37	24
6	15	16	8	3	57	19	7	3	3	10	42	4
7	29	8	22	0	18	6	5	20	39	23	8	13
8	8	18	5	6	44	3	6	27	8	2	21	3
9	21	13	2	25	21	2	5	7	3	1	54	1
10	14	0	10	9	63	16	63	38	75	6	35	4
11	77	19	48	11	31	60	24	36	12	13	14	14
12	117	8	0	0	111	122	24	141	1	7	19	13
合计	529	249	224	148	549	403	252	340	213	119	297	126
平均	44	21	19	12	46	34	21	28	18	10	25	11

图 2 2月份极涡系数 P_B (虚线)与长春温度(实线)的关系(相关系数 $r=0.65$ 信度达0.001)

而是有内在的天气学依据的。从第二特征向量的图形(图1 b)可以看出,主要的极涡中心在东西伯利亚,特征向量的0值线在我国黑龙江省东北部通过。东北和内蒙古大部分地区处于槽后的暖脊控制下,在这种形势下东北地区应为回暖天气。因此,当极涡系数 P_B 为正值时,叠加在基本场上的第二特征向量场有利于我国东北地区的暖脊增强,即有利于出现高温天气。而当 P_B 为负值时,则不利于暖脊发展,易出现低温。又如,第五特征向量系数(P_E)与长江流域和江南3月份温度也有很好的反相关。从图1 c可知,第五特征向量在乌拉尔山地区有一个明显的高中心,其以东的西伯利亚地区为负中心,这种形势与江南和长江流域春播期的低温阴雨天气形势十分相似。

极涡系数与我国各地的降水也有较好的关系。由图3看出,在东北的北部有一个负相关区,华北、华中和长江中游地区为一大片正相关区,其相关系数都超过了信度 $\alpha=0.05$ 所要求的值。长江中游地区的最大相关系数为0.58,已达到信度 $\alpha=0.001$ 的要求。

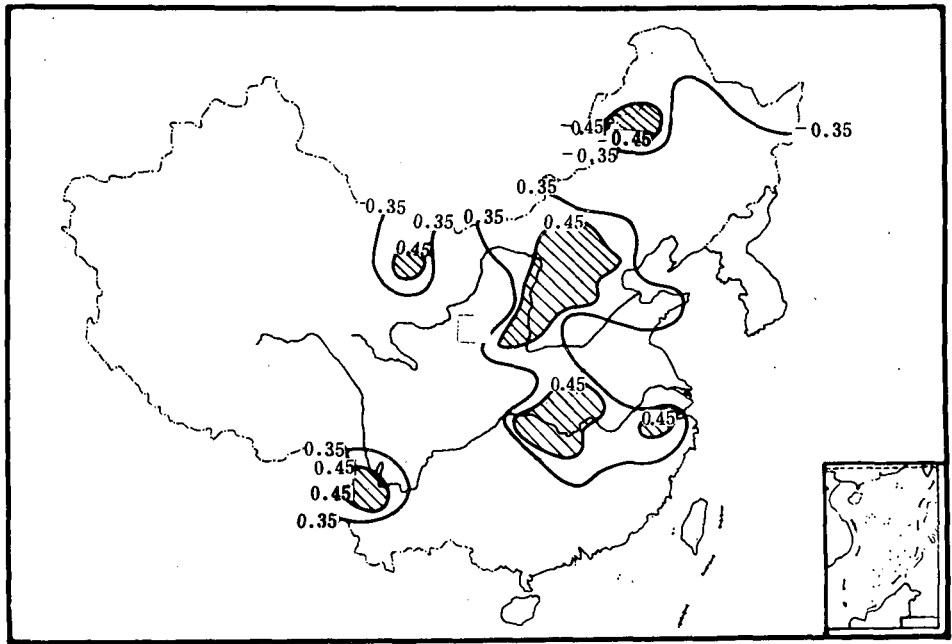


图 3 2月极涡系数 P_B 与我国各站降水量的相关系数

极涡系数的状况与我国后期天气也有一定联系，由图 4 看出，1 月份极涡第一系数 P_A 的多年变化和天津 5 月份月平均温度的年变化趋势相反，当前期 P_A 值高时，后期天津的温度就偏低； P_A 值低时，后期温度偏高。

由于极涡系数与同期及后期我国各地天气有密切的关系，就使得我们能将研究极涡系数的变化规律作为预报长期天气变化的着眼点。一方面根据前期极涡系数与后期天气的关系，可以直接预报后期天气；另一方面也可以寻找前期各种物理因子（如海温、环流特征量等）与后期极涡系数的关系，先预报出后期的极涡系数值，然后根据极涡系数与同期天气的关系再预报当时的天气。

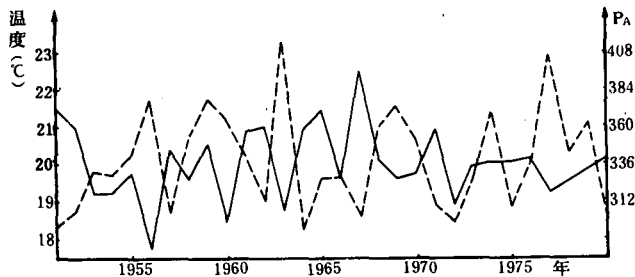


图 4 前期极涡系数 P_A (虚线) 与后期天津温度 (实线) 的关系

(相关系数 $r = -0.57$ 信度达 0.001)

六、小 结

1. 由多年平均的极区各月500百帕高度场,应用自然正交分解的方法求出的一组(十二个)特征向量表示了十二种典型场,它们具有明确的天气学意义。任何一个月的实际高度场的特征,可以用它们在这些典型场上的投影(称为极涡系数)来表示。

2. 极涡系数同我国各地同期及后期的天气有密切的联系。因此,不仅可以应用这些系数研究极区高度场的特征及极涡活动规律,而且也可以利用它们来研究长期天气变化的规律并具体应用于实际预报业务上。

参 考 文 献

- [1] H. WADA, A study on the behavior of the polar vortex and its application to long-range weather forecasting, 歐文彙報, Vol. 31, No.2, 1962年11月.
- [2] Лель, Д. А., Некоторые климатические особенности циркулярного вихря северного полушария, Труды ГМЦ, 115, 1973.
- [3] 吉林省气象台, 100 mb极涡和南亚高压的活动与东北夏季低温的关系, 气象学报, 第39卷, 第4期, 1981年。
- [4] 黄嘉佑, 气象统计试用教材, 北京大学地球物理系气象专业印, 152-201, 1980年。
- [5] 董敏等, 太平洋副热带高压特征向量及其与我国天气的关系, 气象, 第1期, 1984年。

AN ATTEMPT OF REPRESENTING THE FEATURES OF HEIGHT FIELD IN POLAR AREA BY USING EXPERIMENTAL ORTHOGONAL FUNCTION

Dong Min Wei Fengying

(Institute of Weather and Climatology, AMS)

Li Xiaoquan

(Central Meteorological Office)

Abstract

By using monthly mean values of geopotential height field in 12 months in the polar region and the empirical orthogonal function we obtained a set of eigenvectors having a clear synoptic significance, every eigenvector represents a typical distribution of height field. We define the projections of monthly mean height fields for individual years on these eigenvectors as polar vortex coefficients. The polar vortex coefficients represent the degree of resemblance of real height fields to the corresponding typical fields. It is found that the polar vortex coefficients have a close relation to the weather of our country.