

# 多层递阶方法及其与谐谱分析结合作 梅雨期大-暴雨中期预报试验

席 林 华

(江苏省苏州市气象局)

## 提 要

多层递阶方法是运用现代控制论中系统辨识观点提出的一种新的数值预报方法<sup>[1][2]</sup>，谐谱分析便于揭示不同纬圈上不同尺度的波动特征。本文应用其结合方案对梅雨期大-暴雨中期过程进行试验。比较分析表明，以增长记忆的多层递阶预报模型效果最佳。经试报及业务使用该方案效果较好。

## 一、多层递阶数学预报模型的建立

用系统辨识的观点，可以将天气预报系统看作随机动态的时变系统，把预报量看作系统的输出，把影响因素，即预报因子看作为系统的输入，然后依据具体预报问题所得到的输入及输出历史资料，分析其特征及规律，建立相应的输入-输出数学模型：

$$y(k) = F[y_{k-1}, u_k, \theta(k), k] + E(k) \quad (1)$$

其中  $k$  为流动的时间，本文中指年、月、日； $y(k)$  为输出， $u_k$  为输入， $\theta(k)$  为  $m$  维时变参数， $E(k)$  为随机噪声。

特殊时，当系统(1)为线性，输出  $y(k)$  为一维时，可记为以下形式：

$$y(k) = \Phi^T(k) \theta(k) + E(k) \quad (2)$$

式中  $\Phi^T(k)$  为适当的输出及输入组成的向量。

## 二、系统输入的选择

多层递阶预报方法与其他数值预报方法一样要求选择具有清晰天气学意义的理想的预报因子，即对系统输入有一定的要求和严格挑选。本文选择了五个谐波参数因子及副高脊线特征因子作为输入，即预报因子。

根据欧洲中心数值模式(96-120小时)提供的高度场资料进行谐波展开：

$$\text{令 } H(\lambda, \phi) = \frac{a_0(\phi)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k(\phi) \cos k\lambda + b_k(\phi) \sin k\lambda] \quad (3)$$

其中  $a_0(\phi)$  为纬圈  $\phi$  上平均高度值。

$$a_k(\phi) = \int_0^{2\pi} H(\lambda, \phi) \cos k\lambda \, d\lambda \quad (k=0, 1, \dots) \quad (4)$$

$$b_k(\phi) = \int_0^{2\pi} H(\lambda, \phi) \sin k\lambda \, d\lambda \quad (k=1, 2, \dots) \quad (5)$$

$$\text{振幅 } c_k(\phi) = [a_k^2(\phi) + b_k^2(\phi)]^{1/2} \quad (6)$$

$$\text{位相 } \theta_k(\phi) = \frac{1}{k} \operatorname{tg}^{-1} \frac{b_k(\phi)}{a_k(\phi)} \quad (7)$$

$$\text{方差贡献 } I_k(\phi) = \frac{1}{2} \cdot \frac{c_k^2(\phi)}{\sigma^2(\phi)} \cdot 100\% \quad (8)$$

最后选取的预报因子分别是:

$u_1$ : 长波 4—6 波振幅的增值  $\Delta c_{4-6}$ ;

$u_2$ : 6 波在 30—40°N 间的位相差  $\theta_6(30-40^\circ\text{N})$ ;  $u_1, u_2$  因子均取中低纬 30°N 上数值。

$u_3$ : 1 波在 50°N 上的方差贡献  $I_k$  值;

$u_4$ : 副高脊线在 120、130、140°E 上的平均纬度值;

$u_5$ : 50°N 上超长波 1—3 波方差贡献总值  $I_{1-3}$ ; 即  $I_{1-3} = I_1 + I_2 + I_3$ 。

$u_6$ : 30°N 上 5 波的方差贡献  $I_k$  值。

以上数值均由欧洲中心数值预报模式输出量计算得到, 时效为 96—120 小时。

### 三、试用多层递阶方法作梅雨期大-暴雨中期预报

#### 1. 样本资料选取

选用 1974—1976 年 6 月 1 日—7 月 20 日共 150 个样本的  $u_1—u_6$  因子数据资料及系统输出, 即苏州市 (包括市属县) 及 6 站逐日降雨量资料  $\geq 4$  站为全区性大到暴雨, 否则为单点或分片大-暴雨。

#### 2. 预报方案及步骤

在这次大-暴雨中期预报中我们同时采用以下三种试验实施方案:

(1) 采用增长记忆的多层递阶预报方案, 即逐次预报时同时增长样本进行。

(2) 采用限定记忆的多层递阶预报方案, 相对 (1) 来说, 逐次预报时限定样本, 即增加一个新样本时, 资料序列开端第一个样本要删去, 始终保持固定样本数。

以上 (1)、(2) 方案均采用如下预报模型:

$$y(k) = \alpha_1(k)y(k-1) + \alpha_2(k)y(k-2) + \dots + \alpha_n(k)y(k-n) \\ + \beta_1(k)u_1(k) + \beta_2(k)u_2(k) + \dots + \beta_m(k)u_m(k) + E(k) \quad (9)$$

(3) 采用只含预报因子部分的多层递阶的线性单输出模型, 即在多层递阶模型中舍去自回归部分,  $y(k)$  只依赖于预报因子。

预报模型如下:

$$y(k) = \beta_1(k)u_1(k) + \beta_2(k)u_2(k) + \dots + \beta_m(k)u_m(k) \quad (10)$$

步骤:

(1) 先取  $N = 150$  (即1974—1976年三年150个样本), 取时变参数初值为零, 应用参数跟踪公式:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{1}{\|\Phi(k)\|^2} \Phi(k) \{y(k) - \Phi^T(k) \hat{\theta}(k-1)\} \quad (11)$$

对系统的时变参数进行跟踪计算, 得到一系列参数估值序列  $\{\hat{\theta}_i(k)\}$ ;

然后再取  $N = 50, 51, \dots, 100$ , 对本系统的时变参数跟踪, 确定参数估值序列。

(2) 分析时变参数估值序列, 根据其不同特点, 运用三种常用参数预报算法 (均值近似法, 多层递阶法及分段周期变量法), 可求得时变参数的一系列预报估值<sup>[3]</sup>:

$$\hat{\theta}^*(N+1), \hat{\theta}^*(N+2), \dots, \hat{\theta}^*(N+h)$$

其中  $h$  为向前预报的步长。

(3) 在参数预报基础上, 运用  $y(k)$  向前一步预报公式为:

$$\hat{y}(N+1/N) = \Phi^{*T}(N+1) \hat{\theta}^*(N+1) \quad (12)$$

用  $y(k)$  向前  $h$  步的预报公式为:

$$\hat{y}(N+h/N) = \Phi^{*T}(N+h) \hat{\theta}^*(N+h) \quad (13)$$

其中  $\hat{y}(N+1/N)$  为输出  $y(k)$  向前一步的预报值;  $\hat{y}(N+h/N)$  为输出  $y(k)$  向前  $h$  步的预报值, 同样  $\hat{\theta}^*(N+1)$  为  $\hat{\theta}(N)$  的向前一步预报估值,  $\hat{\theta}^*(N+h)$  为  $\hat{\theta}(N)$  向前  $h$  步的预报估值,  $N$  为样本数。

下面给出1985年试报的55天预报中有明显降水 (大一暴雨) 的5次预报的参数预报值  $\beta^*(k)$  列表1说明。

表1 1985年梅雨期5次明显降水过程的参数预报值  $\beta^*(k)$

月、日	参数预报值	$\beta_1^*(k)$	$\beta_2^*(k)$	$\beta_3^*(k)$	$\beta_4^*(k)$	$\beta_5^*(k)$	$\beta_6^*(k)$
5 27		0.253492	-0.120602	-0.485751	0.883722	0.290822	0.520425
6 6		0.258479	-0.100588	-0.428082	0.877703	0.341604	0.55999
6 25		0.262240	-0.064477	-0.431825	0.940845	0.417762	0.704098
6 26		0.259405	-0.089105	-0.442091	0.904027	0.392726	0.618217
7 4		0.256495	-0.110152	-0.445799	0.881561	0.351322	0.515940

表2列出的  $y_1(k)$ 、 $y_2(k)$ 、 $y_3(k)$  分别为增长记忆、限定记忆、以及只含预报因子部分的多层递阶预报方案得到的系统输出, 即预报结果值。表中只列出对应的5次明显降水过程的降雨量预报值。  $y_4(k)$  为多元回归方法得到的预报雨量, 以及趋势、级别的评定。

表2 1985年不同预报方案预报结果与级别评定(√)的比较

(单位: 毫米)

月、日	$y_1(k)$	$y_2(k)$	$y_3(k)$	$y_4(k)$	$y(k)$
5 27	32.8 ✓	26.6 ✓	13.9 ✓	23.4 ✓	42.3
6 6	29.4 ✓	30.8 ✓	14.5 ✓	4.6 ×	21.9
6 25	59.1 ✓	41.5 ✓	12.5 ✓	20.5 ✓	30.2
6 26	37.5 ✓	64.1 ×	14.4 ✓	12.5 ✓	22.5
7 4	38.2 ✓	36.0 ✓	5.2 ×	38.1 ✓	66.1

#### 四、三种多层递阶预报方案与多元回归模型的比较分析

在1983年采用以上相同的六个预报因子资料及降雨量数据进行多元回归模型计算, 建立六元回归方程并投入业务应用:

$$y_4 = 3.6052 + 0.3936 u_1 + 0.0226 u_2 - 0.0940 u_3 + 0.2617 u_4 \\ - 0.0046 u_5 - 0.0537 u_6 \quad (R = 0.3756)$$

历史样本概括率为87.1%, 1983—1985年平均准确率(大-暴雨)为69.2%, 1985年5次过程预报结果见表2中 $y_4(k)$ 。

从表2的预报结果比较分析中可以看出:

1. 从1985年5次明显降水过程的预报值看, 以同级别或差一级为正确计算, 增长记忆的多层递阶预报方案结果最佳, 5次过程均提前报出(时效96—120小时), 限定记忆的多层递阶方案预报质量次之。

2. 多层递阶输出方案优于只含预报因子部分的多层递阶模型预报效果, 是由于多层递阶输出模型除考虑预报因子作用外, 同时考虑了 $y(k)$ 自身的发展变化规律。 $y_1(k)$ 、 $y_2(k)$ 与实况 $y(k)$ 值比较接近, 特别是级别之间差异较小; 而 $y_3(k)$ 预报值普遍比 $y(k)$ 偏小, 差一个级别以上, 有的差二个级别, 即预报小雨而实况出现暴雨, 效果较差。

3. 多元回归方法质量列为第三, 并且此方程预报值比实况有偏小的趋势, 跟 $y_3(k)$ 一样大一暴雨不易报出。

#### 五、1986年实际预报结果分析

根据前一节讨论分析, 我们在实际业务使用时以增长记忆的多层递阶预报方案为主要预报依据, 现将1986年实际预报结果列表3。

表3 1986年6—7月9次明显降水(6.10—7.15)过程 $y_1(k)$

$y_3(k)$ 和 $y_4(k)$ 及实况表

(单位: 毫米)

月、日	$y_1(k)$	$y_3(k)$	$y_4(k)$	$y_1(k)$ 级别	$y(k)$ 级别	实况	评定
6 12	46.8	6.2	34.6	大雨	暴雨	60.8	✓
6 16	27.7	8.3	30.7	大雨	中雨	19.9	✓
6 20	51.7	5.0	25.1	暴雨	大雨	44.0	✓
6 21	31.7	4.1	18.4	大雨	中雨	19.5	✓
6 22	83.9	4.6	35.0	暴雨	大雨	30.3	✓
6 29	24.9	5.2	17.4	中雨	大雨	25.2	✓
7 4	16.3	8.1	15.9	中雨	中雨	16.3	✓
7 6	17.7	5.6	17.1	中雨	中雨	21.0	✓
7 11	51.1	6.9	67.9	暴雨	大雨	40.7	✓

## 参 考 文 献

- [1] 韩志刚, 动态系统预报的一种新方法, 自动化学报, 9, 161—168, 1983.  
[2] 韩志刚, 多层递阶预报方法及其应用, 自然杂志, №. 1, 1985.  
[3] 汤兵勇, 关于动态系统时变参数的预报算法, 黑龙江大学自然科学学报, 第 1 期, 1983.

## A METHOD FOR MEDIUM-RANGE FORECASTING OF HEAVY RAIN IN MEI-YU PERIOD

Xi Linhua

(*Suzhou District Meteorological Observatory, Jiangsu Province*)

### Abstract

The method of multilayer recursion is a new numerical forecast method using the theoretics of system identification in modern cybernetics. The harmonic analysis can reveal the characteristics of wave motion in various scales at different latitudes. In this paper, we have used the combination method to forecast medium-range heavy rain in Mei-yu period. The results show that the multilayer recursion forecast model with increasing memory is the best one.