

# 北半球七层初始方程谱模式在制作有 限区数值预报中的应用

赵其庚 郑庆林

(气象科学研究院天气动力研究所)

## 提 要

本文提出了一种以北半球七层初始方程谱模式为基本模型的有限区加密方法。这个方法利用谱模式的特点，对初始场展开和时间积分中的非线性项计算增加了一些处理，使所选有限区范围内( $50^{\circ}$ — $140^{\circ}$ E,  $20^{\circ}$ — $60^{\circ}$ N)的分辨率有所提高，使模式能在制作出北半球较低分辨率( $5 \times 5^{\circ}$ )预报的同时，还能制作出有限区较高分辨率( $2.5 \times 2.5^{\circ}$ )的预报。用 ECMWF 分析资料进行了 24 小时和 48 小时预报对比试验，得到了较好的结果。

## 一、引言

建立有限区域预报模式的目的是能对我们所关心的某个局部区域作出空间分辨率更高的预报。目前一般多采用粗细网格嵌套的方法，制作有限区域高分辨率预报<sup>[1]</sup>。从粗细网格区域之间的关系上，又可把这种嵌套分成“单向”和“双向”两种。所谓“单向”是指仅考虑有限区细网格预报受外面的粗网格预报的影响(通过边界条件)；所谓“双向”是指不仅考虑粗网格对细网格预报的影响，而且同时考虑细网格区域预报对粗网格区域的反馈作用。

本文利用谱模式的特点，提出一种与粗细网格嵌套不同的方法，使北半球七层初始方程谱模式在制作半球较低分辨率预报时，能在有限区有较高的分辨率。在这种方法中，大范围的预报与有限区的预报自然地产生相互反馈，最后同时得出北半球的粗网格预报和有限区细网格预报两种结果。

实现这个方案，从根本上说，是怎样在半球谱模式中合理使用有限区域高分辨率资料的问题，如怎样在初始场的谱展开中使用有限区加密资料，怎样在每步时间积分中适当地考虑这些资料的作用，以求达到在计算时间增加不多的情况下，在得出粗网格预报的同时，得到有限区较高分辨率的预报。

## 二、基本模式

本方法以北半球七层初始方程谱模式<sup>[2]</sup>为基本模型，以下简称“基本模式”。这个模式在垂直方向采用  $\sigma$  坐标，考虑的物理过程有：地形和地面摩擦；动量、热量和水汽的非线

性扩散；垂直对流调整和水汽凝结潜热的作用；辐射的作用等。在这个模型的基础上，我们采用了可合理使用有限区加密资料，能制作出有限区较高分辨率预报的方法，即有限区加密方法。为了便于比较采用有限区加密方法后的效果，对于模式中所有物理过程的处理方法均不作改变，故下面仅给出该模式与有限区加密方法的实施关系密切的求解方程组和非线性项谱的计算方法。

### 1. 求解的基本方程组

$$\frac{\partial}{\partial t}(a^2 \nabla^2 \psi) + f(a^2 \nabla^2 \chi) = E^A + L^A \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(a^2 \nabla^2 \chi) - f(a^2 \nabla^2 \psi) + a^2 \nabla^2 \psi = E^B + L^B \quad (2)$$

$$T = -\frac{\sigma}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \tilde{\lambda}(a^2 \dot{\sigma}) = E^T \quad (4)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = E^q \quad (5)$$

$$a^2 \nabla^2 \chi + \frac{\partial}{\partial \sigma}(a^2 \dot{\sigma}) = a^2(E^f - \hat{E}^f) \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln P_* = \hat{E}^f \quad (7)$$

其中

$$E^A = (E^a - \frac{\partial}{\partial \sigma} E^{aA})/a^2$$

$$E^B = (E^b - \frac{\partial}{\partial \sigma} E^{bB})/a^2$$

$$E^T = (E^c + E^{cT})/a^2$$

$$E^{cT} = a^2 \dot{\sigma} \left( \frac{\hat{RT}}{C_p \sigma} - \frac{\partial \hat{T}}{\partial \sigma} \right) + a^2 \frac{\partial \tau^T}{\partial \sigma}$$

$$E^c = -\frac{\hat{U}}{\sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \lambda} - \hat{V} \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{a^2 R T}{C_p} (\hat{E}^f - E^f) + a^2 (Q^R + F^T) - \delta F \omega L / C_p$$

$$E^f = -\frac{\hat{U}}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} \ln P_* - \hat{V} \frac{\partial}{\partial \theta} \ln P_*$$

$$\hat{E}^f = \int_0^1 (-\nabla^2 \chi + E^f) d\sigma$$

$$L^A = 2\Omega (\sin \theta \frac{\partial \chi}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial \lambda})$$

$$L^B = -2\Omega (\frac{\partial \chi}{\partial \lambda} + \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta})$$

$$E^q = -\frac{\hat{U}}{\sin \theta} \frac{\partial q}{\partial \lambda} - \hat{V} \frac{\partial q}{\partial \theta} - a^2 \dot{\sigma} \frac{\partial q}{\partial \sigma} + a^2 \left( F^q + \frac{\partial \tau^q}{\partial \sigma} \right) + \delta F \hat{\omega}$$

$$\hat{U} = au \quad \hat{V} = av$$

$$\begin{aligned}\widetilde{\lambda} &= \left( \frac{R}{C_p} \frac{\widetilde{T}}{\sigma} - \frac{\partial \widetilde{T}}{\partial \sigma} \right) \\ \widetilde{T} &= \widetilde{T} + \overset{\wedge}{T} \\ \widetilde{T} &= \overline{T(\theta, \lambda, \sigma, t_0)^{\theta, \lambda}}\end{aligned}$$

$E^A$  和  $E^B$  中的  $E^a, E^{aA}$  和  $E^b, E^{bB}$  的具体表达式可参见文献[2]。

## 2. 非线性项谱的计算方法<sup>[3]</sup>

设非线性项  $F = G \cdot Q$

其球谐函数展开式为

$$W = \sum_{m=0}^M \sum_{n=1}^N (\widetilde{A}_{m,m+2n-z}^w \cos m\lambda + \widetilde{B}_{m,m+2n-z}^w \sin m\lambda) P_{m+2n-z}^n(\cos \theta) \quad (8)$$

其中  $W$  可代表  $F, Q$  和  $G$ 。当  $W$  为奇函数时,  $Z = 1$ ; 为偶函数时,  $Z = 2$ 。

如今

$$\begin{aligned}A_m^w(\theta) &= \sum_{n=1}^N \widetilde{A}_{m,m+2n-z}^w P_{m+2n-z}^n(\cos \theta) \\ B_m^w(\theta) &= \sum_{n=1}^N \widetilde{B}_{m,m+2n-z}^w P_{m+2n-z}^n(\cos \theta)\end{aligned} \quad (9)$$

则有

$$W = \sum_{m=0}^M (A_m^w(\theta) \cos m\lambda + B_m^w(\theta) \sin m\lambda) \quad (10)$$

而且谱系数的表达式可化为:

$$\begin{aligned}\widetilde{A}_{m,m+2n-z}^w &= \frac{\pi}{I} \sum_{i=1}^I A_m^w(\theta_i) \sin \theta_i P_{m+2n-z}^n(\cos \theta_i) \\ \widetilde{B}_{m,m+2n-z}^w &= \frac{\pi}{I} \sum_{i=1}^I B_m^w(\theta_i) \sin \theta_i P_{m+2n-z}^n(\cos \theta_i)\end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$I = \frac{\pi}{2\Delta\theta}$$

非线性项  $F$  的  $A_m^F(\theta)$  和  $B_m^F(\theta)$ , 可用  $A_m^G(\theta), B_m^G(\theta), A_m^Q(\theta)$  和  $B_m^Q(\theta)$  求出, 即

$$\begin{aligned}A_m^F(\theta) &= f_A(A_m^G(\theta), A_m^Q(\theta), B_m^G(\theta), B_m^Q(\theta)) \\ B_m^F(\theta) &= f_B(A_m^G(\theta), A_m^Q(\theta), B_m^G(\theta), B_m^Q(\theta))\end{aligned} \quad (12)$$

函数  $f_A, f_B$  的具体形式可见文献[3]。

用以上表达式, 非线性项谱系数的计算可归结为如下三步:

第一步: 用(9)式, 据  $Q$  和  $G$  的球谐系数  $\widetilde{A}_{m,m+2n-z}^G, \widetilde{B}_{m,m+2n-z}^G$  和  $\widetilde{A}_{m,m+2n-z}^Q, \widetilde{B}_{m,m+2n-z}^Q$  求出  $A_m^G(\theta), B_m^G(\theta)$  和  $A_m^Q(\theta), B_m^Q(\theta)$ 。

第二步: 用(12)式, 据前步结果求出  $A_m^F(\theta)$  和  $B_m^F(\theta)$ 。

第三步: 用(11)式, 据前步结果求出非线性项  $F$  的谱系数  $\widetilde{A}_{m,m+2n-z}^F$  和  $\widetilde{B}_{m,m+2n-z}^F$ 。

## 三、有限区加密方法

取有限区范围为  $50-140^\circ\text{E}, 20-60^\circ\text{N}$ 。基本模式(北半球范围)的水平分辨率是  $5 \times$

5°(经纬度)。有限区范围的水平分辨率为 $2.5 \times 2.5^{\circ}$ , 垂直分辨率与基本模式相同。采用的有限区加密方法, 主要包括两方面的内容。

### 1. 初始场中有限区加密资料的使用

为提高有限区预报的精度, 首先要利用有限区的加密资料提高有限区初始场的精度。我们采取的处理方法是, 在把各层的水平要素场展开成球谐系数  $\tilde{A}_{m,m+2n-z}$  和  $\tilde{B}_{m,m+2n-z}$  之前, 先把有限区域之外的 $5 \times 5^{\circ}$ 格点资料线性内插成 $2.5 \times 2.5^{\circ}$ 格点的资料, 然后作变换求水平场的球谐系数。试验结果表明, 这样作展开既能考虑到有限区内的加密资料, 又能使有限区内外协调, 在取同样的截断波数情况下, 误差较小。在有限区内 $2.5 \times 2.5^{\circ}$ 格点的展开误差(均方根误差)与整个半球都用 $2.5 \times 2.5^{\circ}$ 格点实际分析资料得到的展开误差相当一致。说明这样的展开方法可使有限区的初始场达到应有的精度。

### 2. 非线性项谱系数计算的处理

基本模式求解的基本方程组中包含  $E^A$ 、 $E^B$ 、 $E^{CT}$ 、 $E^C$ 、 $E^g$  和  $E^f$  等非线性项, 这些项对预报精度影响最大, 而且在每步时间积分中用机时(CPU 时间)较多。为保证有限区预报的较高分辨率, 必须使非线性项的计算在相应区域足够细致。基本模式中非线性项谱系数计算过程的特点是, 在总共三步计算中, 前两步都是在纬圈  $\theta$  上进行, 以求出  $A_m^F(\theta)$  和  $B_m^F(\theta)$ 。为提高有限区预报的分辨率, 就必须在与有限区相应的纬度范围内加密计算。我们采取的办法是, 在每步时间积分中, 对非线性项计算过程的前两步, 在有限区所在的 $20-60^{\circ}\text{N}$ 范围内, 计算纬圈的间隔取为 $2.5^{\circ}$ , 在此范围之外计算纬圈的间隔取为 $5^{\circ}$ 。作第三步计算时, 先据有限区范围之外间隔 $5^{\circ}$ 纬圈上的  $A_m^F(\theta)$  和  $B_m^F(\theta)$  值, 内插出间隔 $2.5^{\circ}$ 纬圈上的相应值, 最后用(11)式求出各非线性项的谱系数  $\tilde{A}_{m,m+2n-z}$  和  $\tilde{B}_{m,m+2n-z}$ 。由于前两步(主要是第二步)计算过程用机时最多, 故这样的处理, 既保证了有限区预报的精度, 又避免了在有限区外不必要的多花机时。

## 四、对比试验结果

我们用欧洲中期天气预报中心(ECMWF)分析资料, 对基本模式的预报和采用有限区加密方法后的预报结果进行了对比检验。结果表明, 对该有限区域来说, 采用有限区加密方法后的预报准确程度比不考虑加密方法的有所提高。下面给出 1983 年 1 月 2 日 12 时(世界时)的例子。

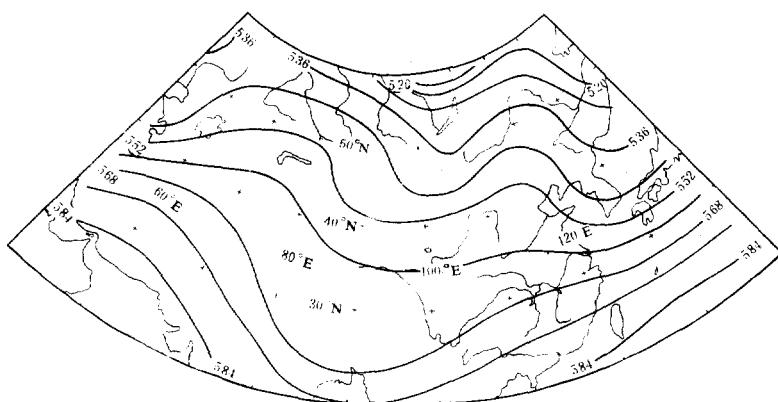


图1 1983年1月2日12时500百帕高度(初始场)

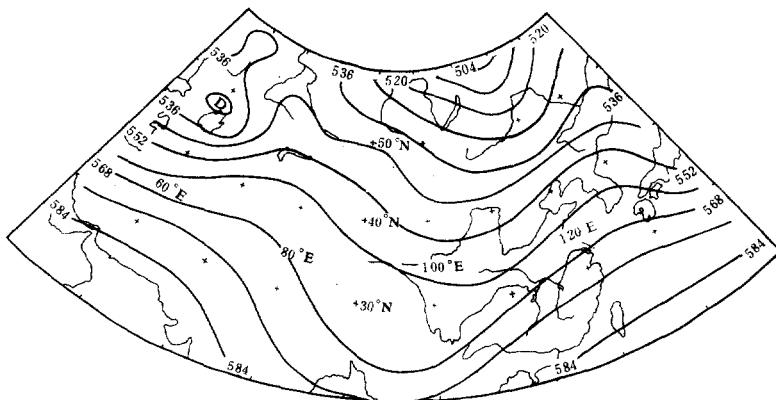


图2 1983年1月3日12时500百帕高度(24小时后实况)

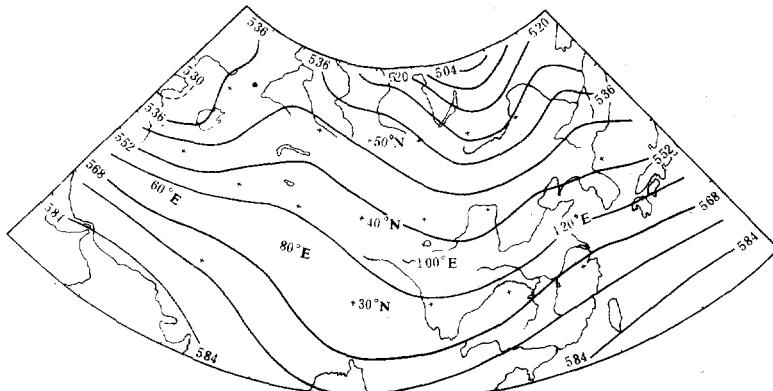


图 3 基本模式在不考虑有限区加密方法时的  
500 百帕高度 24 小时预报(1983. 1. 3. 12 时)

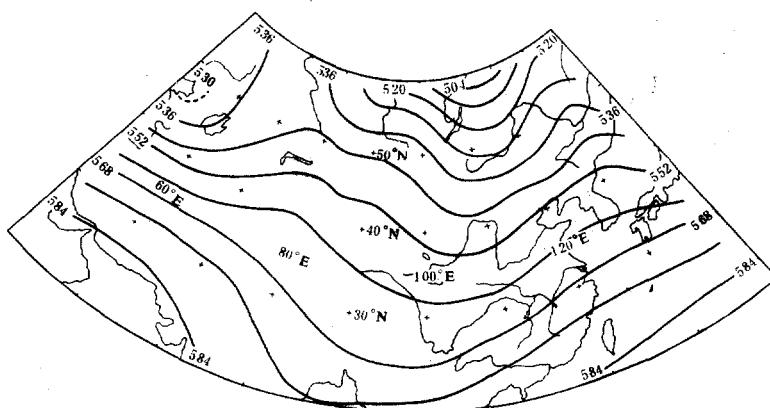


图 4 基本模式加进有限区加密方法后的 500  
百帕高度 24 小时预报(1983.1.3.12 时)

图 1 和图 2 分别是 1983 年 1 月 2 日 12 时(初始场)和 1983 年 1 月 3 日 12 时(24 小时后实况)的 500 百帕高度场。图 3 和图 4 分别是基本模式和采用有限区加密方法之后的 24 小时预报场。与 24 小时后实况比较可见, 形势预报的槽脊分布与实况基本一致。但是, 采用有限区加密方法之后的预报在系统变化的强度和位置上均较不考虑加密方法的基本模式在有限区的预报有所改进, 其中以咸海附近和朝鲜半岛附近最为明显。48 小时预报也有类似结果(图略)。

表 1 的统计给出了 500 和 700 百帕高度场预报的均方根误差(RMS)、平均绝对误差(E)和距平相关系数(r)。可见有限区加密方法的 24 和 48 小时预报的距平相关系数均较基本模式提高 2% 以上, 均方根误差也有改善。500 百帕 24 小时高度预报误差减小 2.2 位势米, 700 百帕减小 3.6 位势米。

表 1 有限区( $50^{\circ}$ — $140^{\circ}$ E,  $20^{\circ}$ — $60^{\circ}$ N)预报结果比较  
(初始场: 1983 年 1 月 2 日 12 时, 误差单位: 位势米)

预报 时间	模 式	500 百帕高度			700 百帕高度		
		RMS	E	r%	RMS	E	r%
24 小 时	基本模式	28.0	21.6	89	27.4	22.0	82
	有限区加密方法	25.8	19.7	91	23.8	19.0	85
	持续性预报	62.8	45.3		44.1	32.5	
48 小 时	基本模式	59.5	45.9	77	44.9	34.8	63
	有限区加密方法	52.5	43.5	82	40.3	32.1	72
	持续性预报	90.7	69.0		57.4	44.1	

为了更具体地比较基本模式和采用有限区加密方法之后的预报结果, 我们还作了误差分布图。从基本模式与采用有限区加密方法之后的 500 百帕高度预报之差的地区分布(图 5)可见, 高度预报相差 2 位势米以上的地区有 A、B、C、D、E 和 F 六个区域, 如与基本模式的预报误差分布图(图 6)比较, 可发现除 E 区不明显外, 其余五个区域均是采用有限区加密方法的预报更接近实况, 可使预报误差减小 2 位势米以上。对于 48 小时的预报作的类似比较, 也得到了同样的结果。这表明有限区加密方法使有限区预报结果得到了改善。

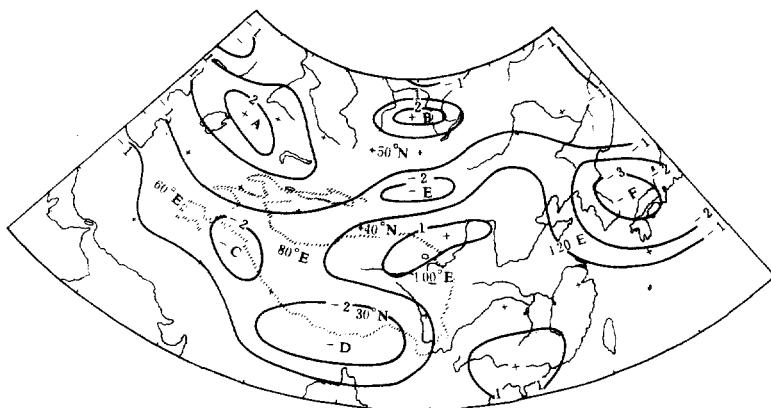


图 5 基本模式与加进有限区加密方法的 500 百帕高度  
24 小时预报之差(基本模式—有限区加密)

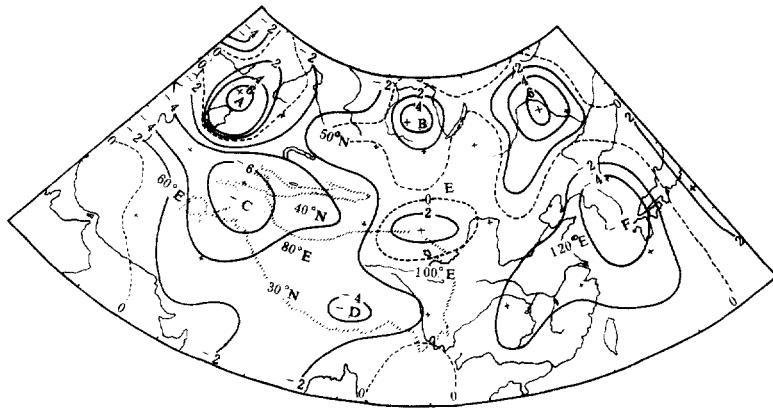


图 6 基本模式在不考虑有限区加密方法时的 500 百帕高度  
24 小时预报误差(预报—实况)

这种改善是否能达到有限区预报所要求的精度呢?为了回答这个问题,我们又把有限区加密预报与整个半球全部加密( $2.5 \times 2.5^\circ$ )的预报结果进行了比较(物理过程不变),结果表明,对于该有限区,采用有限区加密与半球全部加密的预报结果非常一致。如对1983年1月2日的例子,两者的24小时500百帕高度预报的距平相关系数,对该有限区都是91%,48小时预报都为82%。这说明用有限区加密方法得到的有限区预报是可以达到所要求的精度的。而采用半球全部加密方法所需增加的CPU时间(与基本模式相比)是采用有限区加密方法的2倍。

以上已经看到,采用有限区加密方法既可作出有限区的较高分辨率的预报,又比较节省计算机时间,基本达到了要求。

关于有限区加密对整个半球粗网格预报的影响,我们也作了相应的统计,发现整个半球的粗网格( $5 \times 5^\circ$ )500百帕高度24和48小时预报的距平相关系数与基本模式大致相

同。在 1983 年 1 月 2 日例子中, 24 小时预报高 1%, 48 小时预报低 1%。因此, 采用这种有限区加密方法后, 谱模式得到的半球粗网格预报和有限区细网格预报都是可信的。

## 五、结 论

(1) 在半球初始方程谱模式中, 对与有限区有关的初始场谱展开作加密处理, 对时间积分中的非线性项谱计算作加密处理, 可以使半球谱模式在制作出半球粗网格预报的同时, 得到有限区的有适当精度的细网格预报。

(2) 这种方法与粗细网格双向嵌套方法比较, 其特点是在统一的半球谱模式中, 粗细网格区域的相互作用自然协调, 避免了边界不易处理的问题。在当今世界上许多国家的半球或全球格点模式正在为谱模式取代的情况下, 利用谱模式的特点进行这种尝试是有意义的。

## 参 考 文 献

- [1] Richard A. Anthes. Regional Models of the Atmosphere in Middle Latitudes. *Mor. Wea. Rev.* 111, 1306, 1983.
- [2] 郑庆林, 北半球七层原始方程谱模式(二)及其试验结果, 气象科学技术集刊第 8 期, 气象出版社, 1985 年。
- [3] 郑庆林, 北半球四层原始方程谱模式, 中国科学, 第二期, 1981 年。

## THE APPLICATION OF SEVEN-LEVEL PRIMITIVE EQUATION SPECTRAL MODEL TO NUMERICAL FORECASTS FOR A LIMITED AREA

Zhao Qigeng                   Zheng Qinglin  
*(Academy of Meteorological Science)*

### Abstract

In this paper, a higher resolution model for a limited area based on the Northern Hemisphere spectral model is presented. By applying the characteristics of the spectral model, some new treatments have been added on it for the expansion of initial meteorological field and for the calculation of nonlinear terms in the time integration in this model so that the initial meteorological field and the results of time integration can be more accurate in a limited area ( $50^{\circ}$ — $140^{\circ}$ E,  $20^{\circ}$ — $60^{\circ}$ N). This model may be used to prepare for both the forecast with lower resolution ( $5 \times 5^{\circ}$ ) in the Northern Hemisphere and the forecast for a limited area with higher resolution ( $2.5 \times 2.5^{\circ}$ ) in the same time. The control experiments for 24 and 48 hours forecasts have been made by using data analysed by ECMWF and the better results have been obtained.