第 4 卷 第 1 期
1989 年 4 月
气象科学研究院院刊
JOURNAL OF ACADEMY OF METEOROLOGICAL SCIENCE
Vol. 4, №1
Apr. 1989

西太平洋夏季副高积分多层递阶长期预报模型

张 恩 恕
（黑龙江省气象科学研究所）
汤兵勇 韩志刚
（黑龙江大学应用数学研究所）

提 要

本文综合了积分回归分析和多层递阶预报方法的优点，构造了一个副高特征量积分多层递阶长期预报模型，试报的结果是令人满意的。

一、引 言

西太平洋副热带高压（以下简称副高）在夏季作为影响我国及亚太地区降水分布和气温变化的一个重要环流系统，国内外气象工作者对其长期预报问题进行了大量的研究。这方面的预报方法主要分为两大类：一是从副高本身的变化中寻找规律的预报；另一是用与副高变化密切相关的物理因子，利用各种回归分析方法（包括积分回归方法）建立预报方程来做副高的预报。

然而，积分回归分析方法与一般回归分析方法一样，用固定参数的数学模型去预报动态系统的状态，这样必然也要造成较大的预报误差。而文献[1]提出的多层递阶预报方法充分注意到系统参数的时变特性，在参数预报基础上预报系统的状态，可使预报精度较回归分析方法有较大的提高。我们曾运用这一方法，建立了夏季副高特征量的长期预报模型[2]，取得了良好的效果。

在本文中，我们综合了多层递阶方法与积分回归方法的优点，构造了西太平洋夏季各月副高脊线位置积分多层递阶长期预报模型。试报结果表明，这一模型的预报效果是比较满意的。

二、积分多层递阶方法基本原理

由一般的多元积分回归模式，按照多层递阶方法的基本思想[1]，我们可以构造一个线性的多元积分多层递阶预报模型：

本文 1987 年 3 月 18 日收到，10 月 30 日收到修改稿。

$$y(l)=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i(l)y(l-i)+\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=0}^{Q}\beta_{jK}(l)\int_0^{\tau}x_{jl}(t)\Phi_k(t)dt+v(l) \tag{1}$$

它反映了时刻 l(较大时间尺度)时 P 个预报因子 $x_j(j=1,2,\cdots,P)$ 在不同时刻 t(较小时间尺度)对 y 的影响。这里，$x_{jl}(t)$ 为第 j 个预报因子 x_j 在 t 时刻的取值，其对 y 的影响系数已按正交多项式系分解成随较小时间尺度 t 变化部分 $\Phi_k(t)$ 和随较大时间尺度 l 变化部分 $\beta_{jk}(l)$ 乘积和的形式。其中 Q 为展开式中出现的正交多项式的最大阶数，一般取 $Q=3,4,5$，$\Phi_k(t)$ 为 k 阶正交多项式，此外 m 小于样本数 N，$\alpha_i(l)$ 为 $y(l-i)$ 的年变系数，$v(l)$ 为随机误差(噪声)。经时间离散化，可得：

$$y(l)=\sum_{i=1}^{m}\alpha_i(l)y(l-i)+\sum_{j=1}^{P}\sum_{k=0}^{Q}\beta_{jk}(l)u_{jk}(l)+v(l) \tag{2}$$

其中：

$$u_{jk}(l)=\sum_{t=0}^{T}x_{jl}(t)\Phi_k(t) \tag{3}$$

T 满足：$T=[\tau/\Delta]$ (即取 τ/Δ 的整数部分)，Δ 是离散化的时间间隔。

若置：

$$\varphi(l)^T=[y(l-1),y(l-2),\cdots,y(l-m),u_{10}(l),u_{11}(l),\cdots,u_{1Q}(l),$$
$$u_{20}(l),u_{21}(l),\cdots,u_{2Q}(l),\cdots,u_{P0}(l),u_{P1}(l),\cdots,u_{PQ}(l)]$$
$$\theta(l)^T=[\alpha_1(l),\alpha_2(l),\cdots,\alpha_m(l),\beta_{10}(l),\beta_{11}(l),\cdots,\beta_{1Q}(l),\beta_{20}(l),$$
$$\beta_{21}(l),\cdots,\beta_{2Q}(l),\cdots,\beta_{P0}(l),\beta_{P1}(l),\cdots,\beta_{PQ}(l)]$$

则(2)式可简记为：

$$y(l)=\varphi(l)^T\cdot\theta(l)+v(l) \tag{4}$$

由多层递阶方法，类似地可得到(4)中年变参数 $\theta(l)$ 的跟踪估计公式如下：

$$\hat{\theta}(l)=\hat{\theta}(l-1)+\frac{1}{\|\varphi(l)\|^2}\varphi(l)\{y(l)-\varphi(l)^T\theta(l-1)\} \tag{5}$$

这里 $\hat{\theta}(l)$ 表示 $\theta(l)$ 的估值。

于是，通过多层递阶方法的一系列步骤[1]，即运用(5)式得到一系列参数估值

$$\hat{\theta}(1),\hat{\theta}(2),\cdots\cdots,\hat{\theta}(N)$$

之后(N 为样本数)，分析 $\{\hat{\theta}(l)\}$ 的规律，按其分量通过适当的数学手段[3]，建立其预报公式，得出向前一步的预报估值 $\hat{\theta}^*(N+1)$，进一步便可确定 $y(l)$ 在 N 个样本数之下的向前一步预报公式为：

$$\hat{y}[(N+1)/N]=\varphi^T(N+1)\hat{\theta}^*(N+1) \tag{6}$$

三、输入变量与数学模型的确定

为了预报西太平洋夏季各月副高脊线位置距平值，我们通过相关普查和对比分析，可选取前期秋、冬季(9—12 月、1—2 月)各月及同年春季(3—4 月)副高脊线位置距平值作为预报因子，并按先后顺序分别记为 $x_1(l),x_2(l),\cdots,x_8(l)$，即：$x_1(l)$ 表示第 l 年前期 9 月副高脊线位置距平值，…，$x_8(l)$ 表示第 l 年同年 4 月副高脊线位置距平值。

于是，应用上面介绍的方法，由式(3)，即取：

$$u_k(l) = \sum_{t=1}^{8} x_t(l)\Phi_k(t) \qquad k = 0,1,2,3,4 \tag{7}$$

为系统的输入变量。

根据我们掌握的 1951—1975 年的预报因子 $x_t(l)$ $(t=1,2,\cdots,8)$的历史数据以及查表知 $\Phi_k(t)$ 之值，由式(7)便得输入变量 $u_k(l)$ $(k=0,1,2,3,4;l=1,2,\cdots,24)$如下表：

表 1　输入变量 $u_k(l)$ 取值表

l	$u_0(l)$	$u_1(l)$	$u_2(l)$	$u_3(l)$	$u_4(l)$	l	$u_0(l)$	$u_1(l)$	$u_2(l)$	$u_3(l)$	$u_4(l)$
1	−9	33	−13	−33	15	13	7	33	9	9	65
2	−7	−15	−11	−33	−53	14	−7	−49	27	−29	−57
3	4	18	−2	0	12	15	6	24	−32	−22	52
4	1	17	59	−35	3	16	−1	−41	−19	−21	37
5	4	4	60	20	−52	17	−4	−36	−30	42	−72
6	5	1	61	11	−23	18	−7	9	3	−31	3
7	−1	29	5	−15	5	19	1	13	3	−19	17
8	5	3	11	−25	−59	20	−1	−57	−3	−1	−17
9	3	9	−15	−31	69	21	1	−55	−27	35	−41
10	2	−12	10	−20	38	22	−1	27	1	15	−41
11	12	−28	46	−10	−80	23	−4	−52	2	18	−96
12	1	−37	3	11	−67	24	8	−28	−32	56	−4

另又掌握 1952—1975 年西太平洋夏季各月副高脊线位置距平值的历史数据如下：

表 2　夏季各月副高脊线位置距平值数据表

l	年	$y_1(l)$ 6 月	$y_2(l)$ 7 月	$y_3(l)$ 8 月	$y_4(l)$ 6—8 月	l	年	$y_1(l)$ 6 月	$y_2(l)$ 7 月	$y_3(l)$ 8 月	$y_4(l)$ 6—8 月
1	1952	1	0	−2	−1	13	1964	0	2	3	5
2	1953	0	1	2	3	14	1965	1	1	−4	−2
3	1954	0	−3	3	0	15	1966	−2	1	2	1
4	1955	3	5	−6	2	16	1967	−1	−5	2	−4
5	1956	2	2	−1	3	17	1968	−3	−5	−1	−9
6	1957	0	0	4	4	18	1969	−3	0	−2	−5
7	1958	−3	−3	−3	−9	19	1970	0	−2	3	1
8	1959	−2	0	−2	−4	20	1971	1	3	2	6
9	1960	1	−3	4	2	21	1972	1	−5	0	−4
10	1961	3	5	2	10	22	1973	−2	2	4	4
11	1962	0	2	1	3	23	1974	2	0	−6	−4
12	1963	4	2	−3	3	24	1975	2	2	5	9

其中：$y_1(l)$、$y_2(l)$、$y_3(l)$、$y_4(l)$ 分别表示第 l 年 6 月、7 月、8 月及夏季(6—8 月)副高脊线位置距平值。

由表 1、表 2 的数据，我们可确定西太平洋夏季各月副高脊线位置距平值积分多层递

阶长期预报模型。形如下式：

$$Y(l)=A(l)Y(l-1)+B(l)U(l)+V(l) \tag{8}$$

置：$Y(l)^T=[y_1(l),y_2(l),y_3(l),y_4(l)]$ 为四维的输出向量；$U(l)^T=[u_0(l),u_1(l),u_2(l),u_3(l),u_4(l)]$ 为五维的输入向量；$V(l)^T=[v_1(l),v_2(l),v_3(l),v_4(l)]$ 为四维的白噪声；而

$$A(l)=\begin{bmatrix} a_{11}(l) & a_{12}(l) & a_{13}(l) & a_{14}(l) \\ a_{21}(l) & a_{22}(l) & a_{23}(l) & a_{24}(l) \\ a_{31}(l) & a_{32}(l) & a_{33}(l) & a_{34}(l) \\ a_{41}(l) & a_{42}(l) & a_{43}(l) & a_{44}(l) \end{bmatrix}$$

$$B(l)=\begin{bmatrix} \beta_{10}(l) & \beta_{11}(l) & \beta_{12}(l) & \beta_{13}(l) & \beta_{14}(l) \\ \beta_{20}(l) & \beta_{21}(l) & \beta_{22}(l) & \beta_{23}(l) & \beta_{24}(l) \\ \beta_{30}(l) & \beta_{31}(l) & \beta_{32}(l) & \beta_{33}(l) & \beta_{34}(l) \\ \beta_{40}(l) & \beta_{41}(l) & \beta_{42}(l) & \beta_{43}(l) & \beta_{44}(l) \end{bmatrix}$$

均为时变参数矩阵。

由多输出系统输出可分离定理[4]，系统(8)可分离成四个“广义”的单输出系统：

$$y_j(l)=a_j(l)^TY(l-1)+\beta_j(l)^TU(l)+v_j(l) \qquad j=1,2,3,4 \tag{9}$$

其中：

$$a_j(l)^T=[a_{j1}(l),a_{j2}(l),a_{j3}(l),a_{j4}(l)]$$

$$\beta_j(l)^T=[\beta_{j0}(l),\beta_{j1}(l),\beta_{j2}(l),\beta_{j3}(l),\beta_{j4}(l)]$$

进一步，若再置：

$$\varphi(l)^T=[Y(l-1)^T,U(l)^T]$$

$$\theta_j(l)^T=[a_j(l)^T,\beta_j(l)^T] \qquad j=1,2,3,4$$

则(9)还可简化为：

$$y_j(l)=\varphi(l)^T\theta_j(l)+v_j(l) \qquad j=1,2,3,4 \tag{10}$$

于是，系统(10)有类似(4)式的参数跟踪公式如下：

$$\hat{\theta}_j(l)=\hat{\theta}_j(l-1)+\frac{1}{\|\varphi(l)\|^2}\varphi(l)\{y_j(l)-\varphi(l)^T\hat{\theta}_j(l-1)\} \qquad j=1,2,3,4 \tag{11}$$

以及类似(6)式的 $y_j(l)$ 向前一步预报公式：

$$\hat{y}_j[(N+1)/N]=\varphi(N+1)^T\hat{\theta}_j^*(N+1) \qquad j=1,2,3,4 \tag{12}$$

四、试验预报的结果

依据表 1、2($N=24$)，预报 $Y(25)$(即 1976 年夏季各月副高脊线位置距平)。由式(10)，我们可分别对 $y_1(25)$、$y_2(25)$、$y_3(25)$、$y_4(25)$ 预报(运算过程从略)。

为了便于统一整体分析，我们将参数预报值及新补充的输入值一并按式(8)的形式写在一起，即有：

$$\hat{Y}(l)=\hat{A}^*(l)Y(l-1)+\hat{B}^*(l)\cdot U(l) \tag{13}$$

其中：

$$\hat{A}^*(l)=\begin{bmatrix}\hat{a}_1^*(l)^T\\\hat{a}_2^*(l)^T\\\hat{a}_3^*(l)^T\\\hat{a}_4^*(l)^T\end{bmatrix}\qquad \hat{B}^*(l)=\begin{bmatrix}\hat{\beta}_1^*(l)^T\\\hat{\beta}_2^*(l)^T\\\hat{\beta}_3^*(l)^T\\\hat{\beta}_4^*(l)^T\\\hat{\beta}_5^*(l)^T\end{bmatrix}$$

又考虑到关系式(由季与月距平关系)：

$$y_4(l)=y_1(l)+y_2(l)+y_3(l) \tag{14}$$

而由式(12)得到的 $\hat{y}_4[(N+1)/N]$ 与(14)式无关，故可取：

$$\hat{y}_4^*[(N+1)/N]=\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{4}\hat{y}_j[(N+1)/N] \tag{15}$$

作为 $y_4(N+1)$ 的预报值，效果更好些。进而取下式作为最终的统一整体预报值：

$$\hat{Y}^*(l)^T=[\hat{y}_1(l),\hat{y}_2(l),\hat{y}_3(l),\hat{y}_4^*(l)] \tag{16}$$

由(13)式，当 $l=25$ 时有：

$$\hat{Y}(25)=\hat{A}^*(25)Y(24)+\hat{B}^*(25)U(25)$$

即有：

$$\hat{Y}(25)=\begin{bmatrix}\hat{y}_1(25)\\\hat{y}_2(25)\\\hat{y}_3(25)\\\hat{y}_4(25)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.0092 & 0.0055 & -0.0085 & 0.0262\\0.0078 & -0.0172 & -0.0024 & -0.0119\\0.0086 & 0.0142 & -0.0142 & 0.0018\\-0.0054 & 0.0062 & -0.0181 & 0.0378\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2\\2\\5\\9\end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix}0.0340 & 0.0271 & -0.0081 & 0.0026 & 0.0037\\-0.0218 & -0.0678 & 0.0658 & -0.0087 & 0.0045\\0.0442 & 0.0080 & -0.0017 & 0.0549 & 0.0447\\0.0335 & -0.0092 & -0.0324 & -0.0385 & -0.0088\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-4\\14\\48\\34\\-36\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.3\\1.7\\0.1\\-2.3\end{bmatrix}\doteq\begin{bmatrix}0\\2\\0\\-2\end{bmatrix}$$

进而有 $\hat{Y}^*(25)^T=[0,2,0,0]$，而真实值 $Y(25)^T=[2,0,1,3]$，故趋势评定正确。

由此，逐年补充新的观测数据后，重复上述一系列步骤，即可逐年预报 1977—1982 年($l=26-31$)的夏季各月副高脊线位置距平。现将预报结果及综合分析列表如下：

表 3　夏季各月副高脊线位置距平预报结果分析表

年	l	$\hat{Y}^*(l)$				$Y(l)$				趋势评定			
		$y_1(l)$	$y_2(l)$	$y_3(l)$	$y_4^*(l)$	$y_1(l)$	$y_2(l)$	$y_3(l)$	$y_4(l)$	$y_1(l)$	$y_2(l)$	$y_3(l)$	$y_4(l)$
1976	25	0	2	0	0	2	0	1	3	✓	✓	✓	✓
1977	26	−1	−3	−2	−4	−1	2	−6	−5	✓	×	✓	✓
1978	27	0	−1	−3	−2	0	−5	2	−3	✓	✓	×	✓
1979	28	0	1	1	0	−1	−1	0	−2	✓	×	✓	✓
1980	29	−2	−1	1	−3	3	−1	−7	−5	×	✓	×	✓
1981	30	2	1	0	3	0	4	−2	2	✓	✓	✓	✓
1982	31	1	−4	−2	−2	0	0	−3	−3	✓	✓	✓	✓

五、结 束 语

从以上试报结果可以看出，运用积分多层递阶长期预报模型来预报夏季各月副高脊线位置距平，整体趋势评定基本上是正确的；若按单项结果评定，共计七年 28 个单项，预报正确 23 次，准确率可达 82%，特别是季距平预报全部正确。这样的结果当然是令人满意的。

由此可见，在多层递阶模型基础上，结合积分回归方法综合考虑短时期天气演变对长期天气变化的积分影响，在实际应用中有一定价值。本文仅考虑距平符号的准确率，关于具体数值预报的定量研究将另行文进一步讨论。

参 考 文 献

[1] 韩志刚，动态系统预报的一种新方法，自动化学报，第 9 卷，第 3 期，1983。

[2] 张恩恕、韩志刚等，西太平洋副热带高压夏季特征量的多层递阶长期预报模型，副高特征量长期预报 M，高原气象，第 3 卷，第 2 期，1984。

[3] 汤兵勇，关于动态系统时变参数的预报算法，黑龙江大学自然科学学报，第 2 期，1983。

[4] 韩志刚，动态系统时变参数的辨识，自动化学报，第 10 卷，第 4 期，1984。

A LONG-RANGE FORECASTING MODEL FOR THE SUBTROPICAL HIGH USING THE INTEGRAL MULTI-LEVEL RECURSION

Zhang Enshu

(Institute of Meteorological Sciences, Heilongjiang Province)

Tang Bingyong Han Zhigang

(Institute of Applied Mathematics, Heilongjiang University)

Abstract

In this paper, the advantages of the integral regression analysis and the multi-level recursive forecasting method are first discussed. Then a long-range forecasting model for the characteristic quantities of the subtropical high using the integral multi-level recursion method is suggested and the result of experimental forecast is satisfactory.