

# 天山中部昌吉地区树木年轮 与气候要素的关系

徐瑞珍

(气象科学研究院气候研究所)

## 提 要

本文计算和分析了天山中部昌吉地区6个云杉年表和该地区5个站生长季(5—9月)温度、降水的简单相关和多元相关。介绍了分析两组变量之间关系的典型相关方法、计算步骤、计算结果及其检验。指出干旱、半干旱的昌吉地区,树木轮宽指数(地点平均年表)与生长季温度为负相关,与降水正相关,而且该指数与降水的关系比与温度的关系更显著。后延一年的年轮指数与温度、降水的关系比年轮指数与温度、降水的同时相关显著得多。这为由树木年轮重建气候提供了依据。

## 一、引 言

许多研究表明干燥和寒冷地区的树轮宽度是气候的自然记录。Fritts曾指出干燥地方的树木生长和气候要素之间存在显著性很高的统计关系<sup>[1]</sup>。他首先将多元分析技术用于树木生长对气候变化响应的研究,使得有可能客观地了解轮宽的变化怎样与生长季内的气候有关,从而进一步由年轮场重建过去没有仪器观测时期的气候场<sup>[2]</sup>。

从特定地理区域取得的符合一定要求的树木样本,通过轮宽的测量、定年,按一定的原理和方法研制出的树轮年表常常关系到大尺度气候变化。树木年轮指数和气候变量的关系必然涉及多元分析技术的应用。一般的主分量分析可将多维变量正交化,它只涉及一组变量的相互关系,典型相关技术是扩展到研究两组变量的相互关系的方法<sup>[3]</sup>,它既可将各组变量组合成正交变量,又可使两组变量之间的线性相关达最大,把两组变量的关系归结到最小的新变量集合中,大大简化了问题的复杂性。我们用典型相关分析方法试图揭示天山中部昌吉地区6个云杉年表和该地区5站生长季(5—9月)温度、降水之间的关系,客观地校准这些树木年表内含的气候信息。

## 二、典型相关方法

两组变量,假定一组为树木年轮指数  $Y_j (j = 1, 2, \dots, q)$ , 另一组为气候要素  $X_i (i = 1,$

2, \dots, p), (q \leq p)。若样本长为 n, 两组变量的矩阵形式记为  $X, Y$ 。将它们标准化后记为  $x, y$ 。X 和 Y 的组间相关阵 R 由 4 个子阵组成:

$$R = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{pmatrix} \quad (1)$$

其中  $R_{11}$  为 X 的 p 个变量之间的相关,  $R_{12}$  是 X 的 p 个变量与 Y 的 q 个变量之间的相关,  $R_{21}$  是  $R_{12}$  的转置,  $R_{22}$  是 Y 的 q 个变量之间的相关。

即:

$$\begin{aligned} R_{11} &= \frac{1}{n} x'x \\ R_{21} &= \frac{1}{n} x'y = R_{12}' \\ R_{22} &= \frac{1}{n} y'y \end{aligned} \quad (2)$$

$x'$  为  $x$  的转置,  $y'$  为  $y$  的转置。 $x$  和  $y$  的自正交变换分别记为  $x_r A_r$  和  $y_q B_q$  ( $r \leq q$ ), 就是所谓的典型变量。正交变换系数  $A_r$  和  $B_q$  必须首先满足使新变量的方差为 1, 即:

$$\frac{1}{n} (A_r' x_r' x_r A_r) = A_r' R_{11} A_r = I_r \quad (3)$$

$$\frac{1}{n} (B_q' y_q' y_q B_q) = B_q' R_{22} B_q = I_q \quad (4)$$

这里,  $I_r$  为 r 阶单位阵。其次,  $A_r$  和  $B_q$  还必须满足使对应的典型变量之间的相关达最大。 $x_r A_r$  和  $y_q B_q$  的相关为:

$$\frac{1}{n} (x_r A_r)' y_q B_q = A_r' R_{12} B_q = \Lambda_r \quad (5)$$

这里,  $\Lambda_r$  为典型相关系数组成的对角阵:

$$\Lambda_r = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & & \\ & \lambda_2 & & \\ & & \dots & \\ & & & \lambda_r \end{pmatrix}$$

在满足两组新变量各自方差为 1, 对应的成对变量相关最大的条件下, 导出了 A、B、 $\lambda$  的矩阵方程:

$$({}_p R_{11}^{-1} R_{12} R_{22}^{-1} R_{21} - \lambda_i^2 I_r) {}_p A_i = 0 \quad (6)$$

$$({}_q R_{22}^{-1} R_{21} R_{11}^{-1} R_{12} - \lambda_i^2 I_q) {}_q B_i = 0 \quad (7)$$

(6)、(7)两式中  $i = 1, 2, \dots, r$ 。显然,  $\lambda_i^2$  是它们的特征值,  ${}_p A_i$ 、 ${}_q B_i$  分别是特征向量。三者的关系是:

$${}_q B_i = {}_q R_{22}^{-1} R_{21} {}_p A_i \Lambda_r^{-1} \quad (8)$$

$${}_p A_i = {}_p R_{11}^{-1} R_{12} {}_q B_i \Lambda_r^{-1} \quad (9)$$

$\lambda_i^2$ 、 ${}_p A_i$  和  ${}_q B_i$  的计算步骤如下: 首先由 (7) 式求得  $\lambda_i$ 、 ${}_q B_i$ , 再由 (9) 式求得  ${}_p A_i$ 。

在 (7) 式中令:

$$T_q = R_{11}^{-1} R_{12} G_q \tag{10}$$

$$G_q = R_{21} T_q \tag{11}$$

则:

$$\begin{aligned} R_{22}^{-1} R_{21} R_{11}^{-1} R_{12} G_q &= R_{22}^{-1} R_{21} T_q \\ &= R_{22}^{-1} G_q \end{aligned} \tag{12}$$

$\lambda_i^2$  和  $q, B_i$  分别为  $R_{22}^{-1} G_q$  的特征值和特征向量。由(9)和(10)可知:

$$A_i = T_q B_i A_i^{-1} \tag{13}$$

为了了解典型相关系数  $\lambda_i$  的显著性,需进行  $\chi^2$  检验。

$$\chi^2 = - [n - 0.5(p + q + 1)] \log_e A \tag{14}$$

其中,

$$A = \prod_{j=1}^q (1 - \lambda_j^2)$$

自由度  $DF$  为:

$$DF = [p - (i - 1)][q - (i - 1)] \tag{15}$$

若给定信度  $\alpha$ ,根据自由度和  $\alpha$  值查表可得  $\chi_{\alpha}^2$ ,若由(14)式计算的  $\chi^2$  值大于  $\chi_{\alpha}^2$ ,则对应的一对典型变量的相关显著,否则不显著。

### 三、资 料

树轮资料采用的是天山中部昌吉地区 6 个云杉年表<sup>[4]</sup>。所谓树木年表就是某个地点的平均轮宽指数。这 6 个平均轮宽指数的样本采自奇台、吉木萨尔、天池、木垒、呼图壁和米泉 6 个县。它们的有关统计量列于表 1。树木年表的百分公共方差解释为年表的大气候分量,前 4 个年表百分公共方差在 40% 以上。

表 1 昌吉地区树木年表的若干统计量

采样点	辨认号	样本数	起止年份	一阶段自相关系数	平均敏感度	标准差	平均轮宽 (mm)	方差分析			平均相关系数		
								年代	公共方差 (%)	树间差异方差 (%)	序列相关	树内相关	树间相关
奇 台	121210	8	852—1977	0.490	0.124	0.152	2.64	1888—1977	40	15	0.426	0.558	0.404
吉木萨尔	122220	4	839—1977	0.735	0.193	0.322	3.08	1884—1977	43	32	0.547	0.760	0.440
天 池	123239	13	1692—1977	0.668	0.168	0.289	1.66	1791—1977	42	28	0.470	0.709	0.430
木 垒	124249	19	1550—1977	0.786	0.242	0.471	1.20	1845—1977	54	21	0.572	0.752	0.561
呼图壁	125259	5	1686—1977	0.694	0.105	0.240	0.78	1697—1977	28	20	0.378	0.516	0.309
米 泉	126269	6	1401—1977	0.716	0.202	0.338	1.82	1880—1977	32	40	0.452	0.706	0.325

在样本采集范围内,选取 5 个站(乌鲁木齐、木垒、天池、奇台、昌吉)生长季(5—9 月)的温度、降水作为气候变量。由于考虑的是一定空间范围的一组资料,序列长度受到最短的测站记录的限制,气候记录和年轮指数的公共期为 1961—1977 年。

气候变量为 5 站两要素 10 个序列作为第一组变量  $X$ , 6 个年轮指数为第二组变量  $Y$ 。标准化后记为  $x_i, y_i, n = 17, p = 10, q = 6$ 。

#### 四、计算结果及其分析

分两种情况计算,一是气候变量与年轮指数同时相关,二是气候变量与年轮指数后延一年的相关。相关分析又分简单相关和典型相关两种情况。

从简单相关计算结果看,无论同期相关还是后延相关,5站生长季温度与6个年轮指数的相关系数均为负值,5站生长季降水与6个年轮指数的相关系数均为正值。而且年轮指数与降水的关系明显地比与温度的关系显著。无论是对温度还是对降水,同期相关均比后延相关的显著性差。这里只给出后延相关结果。

表2 5站5—9月温度与6个后延1年的年轮指数的相关系数

采样点 站名	奇台 (121210)	吉木萨尔 (122220)	天池 (123239)	木垒 (124249)	呼图壁 (125259)	米泉 (126269)
乌鲁木齐	-0.66	-0.24	-0.22	-0.57	-0.07	-0.43
木垒	-0.66	-0.14	-0.07	-0.35	0.26	-0.27
天池	-0.61	-0.17	-0.08	-0.31	0.20	-0.33
奇台	-0.45	-0.22	-0.40	-0.49	0.11	-0.20
昌吉	-0.73	-0.19	-0.30	-0.39	-0.14	-0.57

表3 5站5—9月降水与6个后延1年的年轮指数的相关系数

采样点 站名	奇台 (121210)	吉木萨尔 (122220)	天池 (123239)	木垒 (124249)	呼图壁 (125259)	米泉 (126269)
乌鲁木齐	0.39	0.34	0.47	0.39	0.12	0.44
木垒	0.55	0.22	0.23	0.23	0.04	0.50
天池	0.45	0.24	0.49	0.37	0.23	0.56
奇台	0.68	0.46	0.61	0.52	0.16	0.61
昌吉	0.52	0.44	0.66	0.49	0.29	0.60

表2、3分别给出5站温度、降水与后延1年的年轮指数的相关系数。信度  $\alpha=0.05$ ,  $r_{0.05}=0.4555$ 。表中第一行括弧内的数字为对应于表1的年轮指数的辨认号。在表2、3中,呼图壁的年轮指数(125259)与5站温度、降水的相关性很差,这可能是由于呼图壁的年轮指数质量较差。由表1可知,它的平均敏感度0.105,个别指数序列间平均相关系数0.378,反映大气候分量的百分公共方差28%,均是6个年轮指数中最低的。表2中除第5列外,其它年轮指数与5站温度的相关系数均为负值。而表3中5站降水与年轮指数的相关系数均为正值,并且其绝对值普遍比表2(除第1列外)的大。这说明天山中部昌吉地区树木生长受降水的影响比受温度的影响大。奇台、天池、米泉3个采集点的年轮指数与5站中4个站的降水相关性显著,分别为0.45—0.52,0.47—0.66,0.50—0.60。这表明这些地点的年轮指数所含的气候信息往往带有区域性,由它们重建一个地区的气候是有

希望的。这些年轮指数的样本数不同,平均敏感度和大气候分量不同,气候信息和噪音比也不同<sup>[1]</sup>,但它们对一个地区气候趋势(干湿程度)的反映是大体一致的。

为了客观地表示一个地区气候变量与年轮指数的关系,宜用典型相关分析技术。下面给出昌吉地区 5 站温度、降水与 6 个年轮指数的典型相关计算结果。表 4 为同期相关,表 5 为气候要素与后延 1 年的年轮指数的相关。

表 4 5 站 5—9 月温度、降水与 6 个年轮指数同期典型相关

$i$	最大特征值 $\lambda_i^2$	典型相关系数 $\lambda_i$	$A$	$\chi^2$	$DF$
1	0.99207	0.996	0.00006	82.3719	60
2	0.88082	0.939	0.00780	41.2542	45
3	0.64221	0.801	0.06546	23.1735	32
4	0.61195	0.782	0.18296	14.4373	21
5	0.35437	0.595	0.47148	6.3909	12
6	0.26973	0.519	0.73027	2.6719	5

气候要素和年轮指数两组变量各自正交化后组合成 6 对典型变量,  $\lambda_i$  为对应的典型变量之间的相关系数,  $\lambda_i^2$  为(6)式或(7)式中的最大特征值。 $\chi^2$  和  $DF$  由(14)式、(15)式计算。由给定的信度  $\alpha$  和自由度  $DF$  查  $\chi^2$  分布表检验典型相关系数的显著性。一般的  $\chi^2$  分布表中  $DF$  只限于 1—30, 若  $DF > 30$ ,  $\chi^2$  值需由下式计算<sup>[5]</sup>:

$$\chi_a^2 = \frac{1}{2} [x_a + \sqrt{2DF - 1}]^2 \quad (16)$$

其中  $x_a$  为正态分布  $1 - F(x_a)$  处的值, 若取  $\alpha = 0.05$ , 则  $x_{0.05} = 1.645$ 。对于表 4 中的第一对典型变量的相关,  $DF = 60$ , 将  $x_{0.05}$  和  $DF$  代入(16)式, 得到  $\chi_{0.05}^2 = 78.80$ 。而  $\chi^2 = 82.37$ , 所以  $\chi^2 > \chi_{0.05}^2$ , 第一个典型相关达到信度 0.05 的要求。对于  $i = 2, 3, \dots, 6$ , 同样可得到  $\chi_a^2$ , 结果是都大于表 4 中对应的  $\chi^2$ , 未通过检验信度。第一对典型变量的系数  $B_1$  和  $A_{10}$ , 分别为年轮指数和气候因子各变量的权重。其转置  $B_1'$  和  $A_{10}'$  为:

$$B_1' = (-0.446, -0.089, -0.125, 0.614, -0.311, 0.551)$$

$$A_{10}' = (0.122, -0.720, 1.180, 0.001, -0.143, 0.962,$$

$$0.180, 0.444, 0.877, -1.863)$$

在年轮指数  $y_6$  的系数  $B_1'$  中, 对应于木垒年表的系数(0.614)为最大, 6 个年表的平均敏感度, 百分公共方差、序列平均相关系数也是以木垒为最大(见表 1)。这说明质量好的年表对典型变量的贡献大。而在年轮指数和气候变量的简单相关分析中却不能反映(见表 2、3)。

表 5 5 站 5—9 月温度、降水与后延 1 年的 6 个年轮指数典型相关

$i$	最大特征值 $\lambda_i^2$	典型相关系数 $\lambda_i$	$\Delta$	$\chi^2$	$DF$
1	0.99822	0.999	0.00000	129.5434	60
2	0.99274	0.996	0.00013	75.7478	45
3	0.89890	0.948	0.01858	33.8802	32
4	0.65555	0.810	0.18373	14.4015	21
5	0.32996	0.574	0.53333	5.3433	12
6	0.20404	0.451	0.79596	1.9398	5

分析表 5 可得到前 3 个典型相关系数和对应的  $\chi^2$  值均比表 4 的大, 相关的显著性远同期相关高。对应于  $\lambda_1 = 0.999$ , 取  $\alpha = 0.001$ ,  $x_\alpha = 3.10$ , 代入 (16) 式, 计算对应于  $DF = 60$  的  $\chi_{0.001}^2 = 98.126$ , 它对应的  $\chi^2 = 129.5439$ , 则  $\chi^2 > \chi_{0.001}^2$ 。对应于  $\lambda_2 = 0.996$ , 取  $\alpha = 0.005$ ,  $x_\alpha = 2.575$ ,  $\chi_{0.005}^2 = 72.1078$ , 表 5 中  $\chi^2 = 75.7478$ , 所以  $\chi^2 > \chi_{0.005}^2$ 。这样前两对典型变量的相关分别通过了信度为 0.001 和 0.005 的检验。对应  $\lambda_3 - \lambda_6$ ,  $\chi^2$  的计算表明均未通过检验, 可以被舍弃。 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$  就充分表示了气候变量和年轮指数两组变量的相关。

虽然生长季开始或结束时的高温使生长季延长, 利于轮宽的形, 但生长季内高温, 使呼吸作用加强, 消耗了有效水汽。所以树木生长对热量和水分的需求及两者对树木生理过程的影响是不可能区分的。不妨把它们看成联合起来的一个复合因子共同影响树木生长。这是简单的一元统计相关不能做到的。多元分析技术典型相关可以在统计上将一个地区多个测站的温度、降水的线性组合看作一个对象, 同一地区多个采集点的年轮指数看作另一对象, 两者的关系可以理解为整个地区树木生长的变化可在多大程度上反映该地区大气候的变化。

以上简单相关和典型相关的结果都表明, 昌吉地区的年轮指数在相当程度上是反映该地区的气候状况的。尤其是典型相关表明了气候变量和年轮指数两者无论是同期相关还是后延相关均较显著。前 1—2 对典型变量的相关系数信度在 0.05 以上。在这基础上, 由这些年轮指数重建该地区气候是有希望的。遗憾的是这里气候变量和年轮指数的重叠期仅 17 年, 不宜由此重建百年以上的气候。

### 参 考 文 献

- [1] Fritts, H. C., Tree-ring evidence for climatic changes in western North America. *Mon. Wea. Rev.*, **93**, 421—443, 1965.
- [2] Fritts, H. C., et al., Multivariate techniques for specifying tree growth and climate relationship and for reconstructing anomalies in paleoclimate. *J. Appl. Met.*, **10**, 5, 845—864, 1971.
- [3] 王柏钧等, 多元分析, 地质出版社, 1982 年。
- [4] 徐瑞珍, 李江凤, 昌吉地区云杉年表, 气象, 增刊, 第 2 期, 1986。
- [5] Beyer, W. H., Handbook of tables for probability and statistics, The Chemical Rubber Co., 1966.

## RELATIONSHIPS BETWEEN TREE—RING AND CLIMATE IN CHANGJI REGION OF THE MIDDLE OF THE TIANSHAN

Xu Ruizhen

(*Institute of Climatology, AMS*)

### Abstract

The simple correlation and multiple correlation between the tree-ring chronologies at 6 locations in Changji region of the middle of the Tianshan, and mean temperatures and total precipitations for the growing season at 5 climatic stations around the tree-rings sampled region have been analysed.

Both data sets are subjected to a canonical correlation analysis. The results show that the two data sets are significantly correlated at the 99.5% confidence level. The correlation between the tree-ring index and the temperature is negative and the correlation between the index and the precipitation is positive in arid and semi-arid Changji region. Also, the one year lag correlation is more significant than the concurrent year correlation. This would probably provide a basis for reconstructing regional climate from tree-ring evidence.