

稳定边界层中 Ekman 螺旋的异常 及湍流二阶矩的特征

李兴生

(气象科学研究院大气化学研究所)

提要

本文利用二阶矩湍流模式着重讨论了有地形条件下 Ekman 螺旋的特征,结果表明,在北半球一定的环境地转风场结构下,斜坡 Ekman 螺旋可以变为反时针旋转。

另外,还研究了地形对稳定边界层二阶矩湍流量的结构和垂直分布的影响。

一、前言

地形因子对夜间稳定边界层结构的影响是通过下坡风力作用的,随着稳定边界层的不断发展,下坡风力可能达到甚至超过天气尺度的气压梯度力而成为 NBL 发展的主要控制因子之一。Brost 和 Wyngaard^[1](1978)指出,当地形有一个很小的坡度存在时,就足以使 NBL 的结构与水平情况有很大的差别。这种差异与环境地转风的方向有密切关系。Minnesota 资料(Caughey^[2]等 1979)证实了这种差别的存在。值得引人注意的是,在一定条件下,Ekman 螺旋将出现反时针旋转的重要事实。

地形除了对平均场结构产生重要影响以外,它对二阶矩湍流量的结构和分布规律同样至关重要,这表现在 Caughey^[2](1979)使用的 Minnesota 资料,Lenschow 等^[3](1988)使用的 Oklahoma 资料以及 Nieuwstadt^[4](1984)使用的 Cabauw 资料存在相当的差异,结果所得结论也各不相同,为了弄清稳定边界层的湍流结构,Nieuwstadt^[4](1984)、Sorbian^[5](1986)、Lasser and Arya^[6](1986)、李兴生^[7](1988)分别用理论分析和数值方法对湍流量在边界层内的分布进行了研究,虽然这些工作在一定程度上阐明了湍流在稳定边界层内变化的特征,但他们仍然没有统一观测结果之间存在的矛盾。事实上,稳定边界层内二阶矩湍流量的结构和垂直分布是受多种因子影响的,地形就是重要的影响因子之一,本文将着重研究具有一定地形条件时这些湍流二阶矩量的分布规律。当然,除了地形因子之外,大气的斜压性、地面冷却率以及大气辐射等因子将对二阶矩湍流量的结构和垂直分布产生显著影响,这将另文讨论。

二、模 式

假定稳定边界层建立在一个无限的、有着均一粗糙度的斜坡上(坡面倾斜角为 β),所有变量只是时间和垂直高度 z 的函数,根据 Lumley 和 Panofsky^[8](1964)的推导, x 和 y 方向的 Boussinesq 动量方程和热量方程可以表示成:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = fv - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{g}{T_0} T' |\beta| \cos \gamma - \frac{\partial}{\partial z} \overline{w' u'} \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -fu - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{g}{T_0} T' |\beta| \sin \gamma - \frac{\partial}{\partial z} \overline{w' v'} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial z} \overline{w' \theta'} \quad (3)$$

式中 γ 是 x 轴和沿斜面向下方向(即与等高线相垂直)之间的夹角, T_0 为无扰动时绝热大气状态下的温度, T' 表示和绝热状态之间的温度偏差,这时大气平均温度 $\bar{T} = T_0 + T'$,在稳定层结下 T' 总是负的,由它产生的沿斜坡向下的动力加速度称之为流泄风。

方程(1)—(3)式中的雷诺应力项以及温度协方差项可以采用二阶矩湍流量方程来闭合,完整的二阶矩方程可以进行以下诸项的简化:(1)在水平均匀条件下,二阶矩方程中平流项不予考虑,(2)时间导数项较湍流能量产生项等约小二个量级,对其它二阶矩方程,可以推得类似的结论,(3)由辐射引起的二阶矩项在方程中是小项可以略去,(4)与柯氏力相关的二阶矩项在二阶矩方程中与其它项相比约小二个量级,(5)实际观测表明^[9],在稳定层结条件下,三阶矩项为小项,可以略去。另外,对分子粘性项利用小尺度湍流结构各向同性的假设进行参数化^[10],同样根据 Lumley^[11](1975)的处理,压力方差项可以写成一定的参数化形式,最后经简化后的二阶矩方程组可以写成如下形式^[1]:

湍流动能方程:

$$0 = (- \overline{w' u'} \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{w' v'} \frac{\partial v}{\partial z}) + \frac{g}{T_0} \overline{w' \theta'} - c_e \frac{e^2}{l} \quad (4)$$

垂直脉动速度方差方程:

$$0 = \frac{2}{3} c_2 (- \overline{w' u'} \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{w' v'} \frac{\partial v}{\partial z}) + (2 + \frac{4}{3} c_3) \frac{g}{T_0} \overline{w' \theta'} - \frac{2}{3} c_e \frac{e^3}{l} - c c_e \frac{e}{l} (\overline{w'^2} - \frac{e^2}{3}) \quad (5)$$

切应力方程:

$$0 = [(1 - c_2) \overline{w'^2} - \frac{c_1}{2} e^2] \frac{\partial u}{\partial z} - (1 + c_3) \frac{g}{T_0} \overline{w' \theta'} + c c_e \frac{e}{l} \overline{w' u'} \quad (6)$$

$$0 = [(1 - c_2) \overline{w'^2} - \frac{c_1}{2} e^2] \frac{\partial v}{\partial z} - (1 + c_3) \frac{g}{T_0} \overline{v' \theta'} + c c_e \frac{e}{l} \overline{w' v'} \quad (7)$$

垂直热通量方程:

$$0 = - \overline{w'^2} \frac{\partial \theta}{\partial z} + (1 - a_1) \frac{g}{T_0} \overline{\theta'^2} - d c_e \frac{e}{l} \overline{w' \theta'} \quad (8)$$

温度方差方程:

$$0 = -\overline{w'u'} \frac{\partial \theta}{\partial z} - c_e c_\theta \frac{e}{l} \overline{\theta'^2} \quad (9)$$

水平热通量方程:

$$0 = [-\overline{w'u'} \frac{\partial \theta}{\partial z} - (1 + a_2) \overline{w'\theta'} \frac{\partial u}{\partial z}] - dc_e \frac{e}{l} \overline{u'\theta'} \quad (10)$$

$$0 = [-\overline{w'v'} \frac{\partial \theta}{\partial z} - (1 + a_2) \overline{w'\theta'} \frac{\partial v}{\partial z}] - dc_e \frac{e}{l} \overline{v'\theta'} \quad (11)$$

方程(4)~(11)中的各参数取值根据 Wyngaard^[12](1975), Brost and Wyngaard^[1](1978)以及 Fitzjarrald^[13](1979)给定:

$$c_1 = 0, c_2 = 0.72, c_3 = 0.44, c = 3.7, c_e = 0.139, c_\theta = 1.4, a_2 = -0.5, d = 9.7$$

$$a_1 = \begin{cases} 0.5 + 1.5R_i^2 - R_i^3 & 0 < R_i < 1 \\ 1 & 1 < R_i \end{cases}$$

其中 $e^2 = 1/2(u'^2 + v'^2 + w'^2)$ 为湍流动能, R_i 是 Richardson 数, 从二阶矩方程组的闭合参数出发, 可以求得 R_i 的极限值为 0.245, 这个临界 R_{ic} 是比较合理的。

在上述二阶矩湍流方程中, 湍流特征尺度 l 取如下形式

$$\frac{1}{l} = \frac{1}{z} + \frac{1}{l_b} \quad (12)$$

其中 l_b 由下式给出:

$$l_b^2 = c_B \frac{\overline{w'^2}}{\frac{g}{T_o} \frac{\partial \theta}{\partial z}} = c_B \frac{\overline{w'^2}}{N^2} \quad (13)$$

l_b 称为浮力特征尺度, N 为 Brunt-Väisälä 频率, c_B 为常数取为 1.69。

至此, 控制方程已经闭合, 为分析斜坡情况下 Ekman 螺旋的特性, 下面推导一个关于风向角时间变化的方程式, 定义风向角 $\alpha = \operatorname{tg}^{-1}(v/u)$, 由此可以得到:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} = \frac{1}{D^2} (u \frac{\partial v}{\partial t} - v \frac{\partial u}{\partial t}) \quad (14)$$

其中 $D^2 = u^2 + v^2$, 将方程(1)、(2)代入上式得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = & \frac{1}{D^2} \frac{g}{T_o} T' |\beta| (u \sin \gamma + v \cos \gamma) + f \left(\frac{u u_g - v v_g}{D^2} - 1 \right) + \frac{1}{D^2} \left[-u \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'v'} \right. \\ & \left. + v \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'u'} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

令 $G^2 = u_g^2 + v_g^2$, 并且风矢与地转风矢之间的夹角 $\delta = \langle \vec{v}, \vec{v}_g \rangle$, 则 $f \left(\frac{u u_g - v v_g}{D^2} - 1 \right) = f \left(\frac{G}{D} \cos \delta - 1 \right)$ 。如果地转风与 x 轴之间的夹角为 φ , 则(15)式将变为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \alpha}{\partial t} = & \frac{1}{D^2} \frac{g}{T_o} T' |\beta| (u \sin \gamma + v \cos \gamma) + \frac{1}{D^2} \left(-u \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'v'} + v \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'u'} \right) \\ & + f \left(\frac{G}{D} \cos(\alpha - \varphi) - 1 \right) \end{aligned} \quad (16)$$

上式右端第一项表示由于地形坡度的存在附加的浮力项对风向变化的作用。第二项是摩擦项, 由于湍流输送导致的风向变化率。第三项是地转偏差项, 是气压梯度力和科氏力对

风向变化的共同作用项。

方程(16)并非独立的,当计算出风温场和雷诺应力后即可求得风向角的时间变化。

边界条件:

$$z = H = 2000 \text{ 米}, u = u_s, v = v_s = 0, \theta = \theta(t = 0).$$

$$z = 0, u = v = 0, \partial \theta / \partial t = \text{const}$$

初始风场由中性条件下经过动力调整后得到的解,因此,初始风场和模式是相适应的。初始温度场为中性(18点开始)分布。

模式的垂直方向采用交错网格,平均量均定义在 z_i 层上,二阶矩湍流量均定义在 $z_{i-1/2}$ 层上, z_i 层采用对数一线性分布:

$$\eta = \frac{z}{A_1} + \ln \frac{z + A_2}{A_2}$$

其中 $A_1 = 250, A_2 = 3.2$ 。而 $z_{i-1/2}$ 层是由相邻二层 z_i 之间的平均,即:

$$z_{i-1/2} = 1/2(z_{i-1} + z_i)$$

三、结果与分析

以下将讨论不同地表冷却率以及不同地形坡度条件下边界层的平均和湍流结构。

(1) 为方便起见,取地转风和 x 轴同向,即 $\varphi=0$,并令 x 轴和沿斜面向下方向之间的夹角 γ 分别为 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 。

图1给出了坡度 $\beta=0.002$,冷却率为 $-2\text{K}/\text{h}$ 时方程(16)中各项的分布,当 $t=8\text{h}$ 时,地形因子已成为夜间边界层的主要控制因子之一。图中 P, T, D, F 分别代表(16)式中地转偏差项、时间变化项、下坡风力项及摩擦力项。从图中分布曲线可以看出,这时下坡风力项已成为主要项之一,在 0° 和 90° 时为负,因为在 0° 时由于下坡风力的叠加,使 u 分量增加;

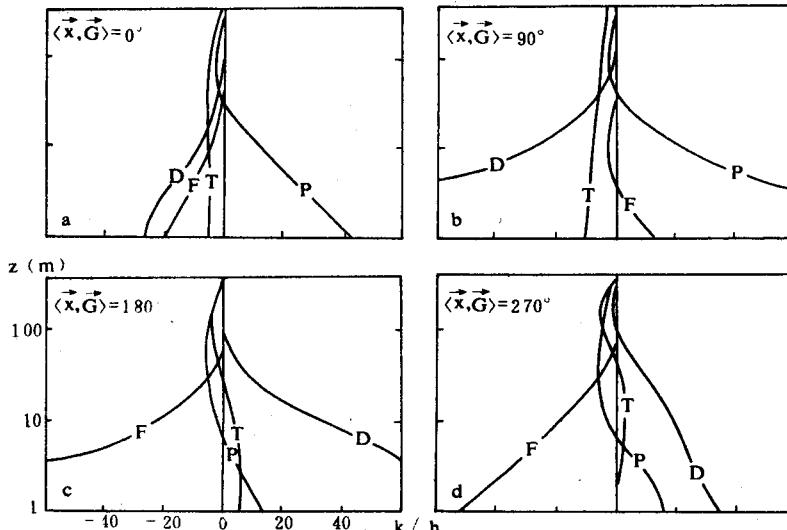


图1 α 平衡方程(16)各项空间分布

(地转风 $G=10\text{m/s}$, 地面粗糙度 $z_0=0.01\text{m}$, 冷却率 $-2\text{K}/\text{h}$, 坡度 $\beta=0.002$) 图中坐标同图1c

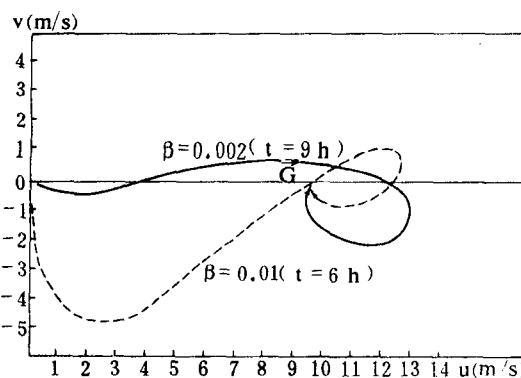


图2 反时针旋转的 Ekman 螺旋

实线 $\beta=0.002$, 虚线 $\beta=0.01$, 地
转风 $G=-10 \text{ m/s}$, $z_0=0.01 \text{ m}$, 冷
却率 -2 K/h

对 90° 而言, 下坡风力使 v 分量反方向增加。因此, 这二种状态使顺时针 Ekman 螺旋减弱。在 90° 状态时, 由于下坡风力使 v 反方向不断增长, 结果导致图2中反时针 Ekman 螺旋的出现。 180° 和 270° 时下坡风力项的作用为正, 因为 180° 时下坡风力使 u 分量减弱, 相对而言增强了 v 分量; 270° 时下坡风力使 v 分量加强。因此, 这二种状态使顺时针 Ekman 螺旋加强。地转偏差项在边界层中下部为正, 在上部有小的负值, 这是超地转造成的。而摩擦力项在 0° 、 180° 和 270° 为负, 但在 90° 时变一小正值。综合上述结果, 时间变化项在 0° 和 90° 时为负, 180° 和 270° 时为正。最后导致 Ekman 螺旋在 180° 和 270° 时向顺时针方向加强,

而 0° 和 90° 时减弱顺时针螺旋, 甚至向反时针螺旋发展。

如果坡度为 $\beta=0.01$, 而其它条件不变时, 这时下坡风力项将更为加强。从图2可见, 90° 时反时针 Ekman 螺旋大大发展。

(2) 二阶矩湍流量的分布特征。

为了研究简单起见, 而又不影响研究问题的性质, 这里设 $\gamma=0$, 即 x 轴的方向沿斜面向下。在研究地形对湍流二阶矩量的结构影响时, 不计人非定常性引起的变化, 仅研究稳定边界层达到准定常态时的情形, 这里定义的准定常标准类似于 Brost and Wyngaard^[1] (1978) 以及 Nieuwstadt^[4] (1984) 所采用的 $\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial \theta}{\partial z})=0$ 。因此, 当地表冷却率为常数时, 稳定边界层在几小时内即可趋向定常态。计算时取地表冷却率为 -1 K/h , 其它条件不变, 斜面坡度分别取 $\beta=0.001, 0.003, 0.005$ 。

(a) 图3给出了无量纲热通量随高度的分布, 可以写成:

$$\overline{w' \theta'}/(\overline{w' \theta'})_0 = (1 - z/h)^{\alpha_1} \quad (17)$$

表1给出了不同 β 时 α_1 的变化, 可以看到, 在平坦地形时 ($\beta=0$), 准定常态的指数 $\alpha_1 \sim 1$ 。当有地形存在时, 指数 α_1 小于 1。斜面的坡度愈大, α_1 变得愈小。这表明, 在地形影响下, 湍流热通量在边界层下部随高度的变化要比平坦地形小; 而在边界层上部的变化比平坦地形变化大。这是由于地形产生的流泄风所引起的下坡风力加大了风的垂直切变, 由此增强了低层湍流的混合作用所致。

表1 热通量指数和地形坡度的关系

β	0	0.001	0.003	0.005
α_1	1.056	0.990	0.910	0.838

(b) 图 4 给出了无量纲湍流动量通量 τ 的垂直分布, 可以写成:

$$\tau/\tau_0 = (1 - z/h)^{\alpha_2} \quad (18)$$

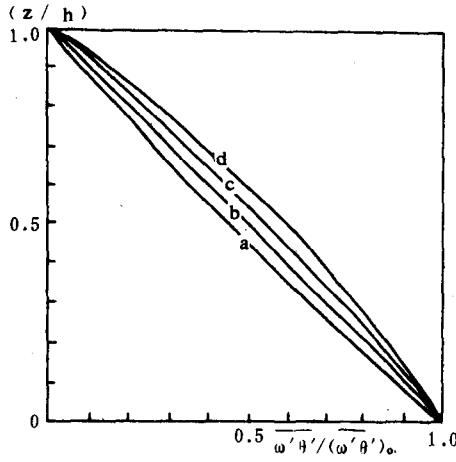


图 3 不同地形坡度下 $w'θ' / (\overline{w'θ'})_0$

随高度的变化

(a: $\beta = 0$, b: $\beta = 0.001$, c: $\beta = 0.003$, d: $\beta = 0.005$)

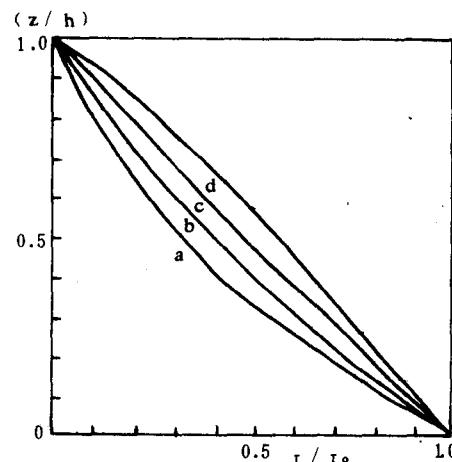


图 4 不同地形坡度下 τ/τ_0 随高度的变化

(a: $\beta = 0$, b: $\beta = 0.001$, c: $\beta = 0.003$, d: $\beta = 0.005$)

表2给出了不同 β 时 α_2 的变化, 可以看到, 指数 α_2 随着地形坡度的增大而减小, 坡度愈大, α_2 愈小。另外, 比较图3和图4可以发现, τ/τ_0 的变化幅度大于 $w'θ' / (\overline{w'θ'})_0$ 的幅度, 这表明地形对湍流动量在稳定边界层内垂直分布的影响大于地形对湍流热通量的影响。

表2 湍流动量通量指数和地形坡度的关系

β	0	0.001	0.003	0.005
α_2	1.630	1.354	1.089	0.891

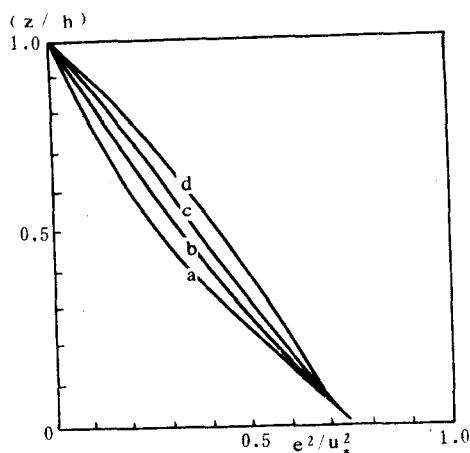


图5 不同地形坡度下, e^2/u_*^2 随高度的变化 (a: $\beta = 0$, b: $\beta = 0.001$, c: $\beta = 0.003$, d: $\beta = 0.005$)

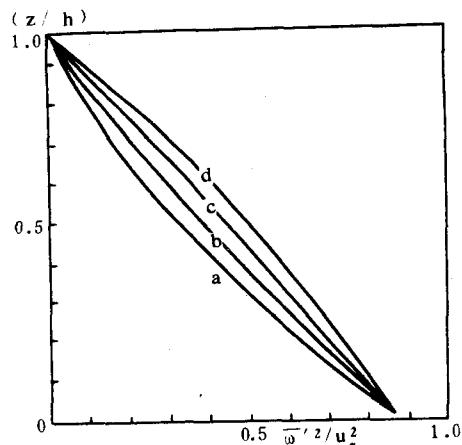


图6 不同地形坡度下 w'^2/u_*^2 随高度的变化 (a: $\beta = 0$, b: $\beta = 0.001$, c: $\beta = 0.003$, d: $\beta = 0.005$)

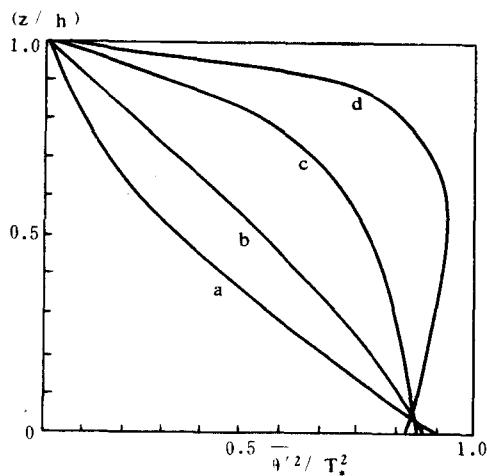


图7 不同地形坡度下 θ'^2/T_*^2 随高度的变化 (a: $\beta = 0$, b: $\beta = 0.001$, c: $\beta = 0.003$, d: $\beta = 0.005$)

(c) 图5、图6和图7给出了无量纲湍流能、垂直速度方差和温度方差的垂直分布廓线。它们可以写成如下的关系式：

$$e^2/u_*^2 = A_e(1 - z/h)^{\alpha_e} \quad (19)$$

$$\overline{w'^2}/u_*^2 = A_w(1 - z/h)^{\alpha_w} \quad (20)$$

$$\overline{\theta'^2}/T_*^2 = A_\theta(1 - z/h)^{\alpha_\theta} \quad (21)$$

表3给出了 A_e 、 A_w 、 A_θ 以及指数 α_e 、 α_w 、 α_θ 的值。从表3可以看到, 参数 A_e 、 A_w 的值随着斜面坡度的增加几乎保持不变, A_θ 略有减小。由此可见地形坡度的作用对近地层各湍流量之间的相似关系影响很小, 平坦地形的近地层相似性理论在坡地条件下依然适用。分布指数 α_e 和 α_w 随着斜面坡度的增加而减小。同样, 地形作用使得 e^2 和 $\overline{w'^2}$ 在稳定边界层下部的垂直变化减小, 上部的垂直变化增加。

值得注意的是脉动温度方差 $\overline{\theta'^2}$ 在垂直方向的分布。由于地形作用的影响, $\overline{\theta'^2}$ 在稳定边界层内的垂直分布十分剧烈, 随着地形坡度的增大, 这种变化尤为显著, Nieuwstadt^[4] (1984) 利用非滤波的 Cabauw 资料发现 $\overline{\theta'^2}$ 在稳定边界层的下部随高度递增, 这和现在的模

拟结果十分相似。但是,Nieuwstadt 认为 $\overline{\theta^2}$ 的这种分布是由低频谱激发产生的,即由重力波等物理过程的激发,并非湍流本身引起的。不过这里的低频谱不是平流或重力波的激发,而是由斜坡产生的流泄气流引起的。因此,地形在边界层内可以激发出低频脉动,它对脉动温度方差 $\overline{\theta^2}$ 在边界层内的分布起着举足轻重的影响。

表3 A_e 、 A_w 、 A_θ 以及 a_e 、 a_w 、 a_θ 和地形坡度的关系

β	0	0.001	0.003	0.005
A_e	7.517	7.513	7.507	7.505
A_w	1.725	1.729	1.740	1.743
A_θ	9.721	9.611	9.385	9.124
a_e	1.465	1.187	0.963	0.837
a_w	1.386	1.186	0.983	0.860
a_θ	1.465	0.869	0.200	/

四、结 论

本文着重分析了 Ekman 螺旋在地形下坡风力作用下出现的异常现象,在地转风方向与下坡方向的夹角成 90° 左右时,斜坡因子可能会使 Ekman 螺旋成为反时针旋转的异常现象。

通过二阶矩湍流闭合模式,还着重研究了地形对稳定边界层内二阶矩湍流量的结构和垂直分布的影响,地形使湍流方差和协方差随高度变化的分布指数 a_1 、 a_2 、 a_e 、 a_w 、 a_θ 减小。另外,在近地层内,各湍流量和特征速度 u_* 以及特征温度 T_* 之间存在一定的普适关系,例如: $e^2/u_*^2 = A_e$, $\overline{w'^2}/u_*^2 = A_w$, $\overline{\theta'^2}/T_*^2 = A_\theta$ ……,这些相似常数 A_e 、 A_w 、 A_θ 是由大气湍流结构本身的特性所决定的,而坡地等因子对其影响极小,因而相似理论在近地层具有广泛的适用范围。

参 考 文 献

- [1] Brost, R. A. and J. C. Wyngaard, A model study of the stably stratified planetary boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 35, 1427—1440, 1978.
- [2] Caughey, S. J. Wyngaard, J. C. and J. C. Kaimal, Turbulence in the evolving stable boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 36, 1041—1052, 1979.
- [3] Lenschow, D. H., Li Xingsheng, Zhu Cuijuan et al., The stably stratified boundary layer over the great plains, *Boundary Layer Meteor.*, 42, 95—121, 1988.
- [4] Nieuwstadt, F. T. M., The turbulent structure of stable nocturnal boundary layer, *J. Atmos. Sci.*, 41, 2201—2216, 1984.
- [5] Sorbjan, Z. On similarity in the atmospheric boundary layer, *Boundary Layer Meteor.*, 34, 377—397, 1986.
- [6] Lacser, A. and S. P. S. Arya, A numerical model study of the structure and similarity scaling of the NBL, *Boundary Layer Meteor.*, 35, 369—386, 1986.

- [7] 李兴生,稳定大气边界层的湍流结构和相似律,气象学报(即将发表).
- [8] Lumley, J. L. and H. A. Panofsky, *The structure of atmospheric turbulence*, pp. 239 Wiley Press, 1964.
- [9] Wyngaard, J. C. and O. R. Cote, *The budgets of turbulent kinetic energy and temperature variance in the atmospheric surface layer*, *J. Atmos. Sci.*, **28**, 190—201, 1971.
- [10] Tennekes, H and J. L. Lumley, *A First course in turbulence*, pp. 300, Mit Press, 1972.
- [11] Lumley, J. L., *On the measure strain correlation*, *Physics Fluids*, **18**, pp. 750, 1975.
- [12] Wyngaard, J. C., *Modeling the planetary boundary layer — extension to stable case*, *Boundary Layer Meteor.* **9**, 441—460, 1975.
- [13] Fitzjarrald, D. E., *On using a simplified turbulence model to calculate eddy diffusivities*, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1817—1820, 1979.

A STUDY OF THE EXTRAORDINARY EKMAN SPIRALS AND THE CHARACTERS OF THE TURBULENT SECOND—ORDER IN THE STABLE BOUNDARY LAYER

Li Xingsheng

(Institute of Atmospheric Chemistry, AMS)

Abstract

The characters of the Ekman spirals over a sloped terrain have been discussed by using the second — order model. The results show that under a certain condition of environmental geostrophic wind field, the Ekman spirals will change into counter clock — wise ones in the northern hemisphere.

In addition, the effects of the terrain on the structure and the vertical distribution of the turbulent second — order in the stable boundary layer have been discussed.