

对数场面气压梯度的数值计算方法比较

金之雁 廖洞贤

(国家气象局国家气象中心)

提 要

在 192×96 球面高斯格点上,我们用几种常用的数值计算方法,计算一个理想的天气系统的对数场面气压梯度,通过对比可以得出,在这样的网格点上,用样条函数方法计算对数场面气压梯度的结果比用谱方法(包括T21, T42, T63)的计算结果好。

一、引 言

谱方法在数值预报中已得到广泛应用。有相当一部分先进国家把谱模式作为正式天气预报业务模式。最近,我国也把一个谱模式投入准业务运行中,即将正式投入天气预报业务中。但是,我国计算机资源有限,只能运行截断波数较低的模式(42个波)。由于大气中各种物理量的性质不同,用低波数截断时,它们的截断误差之间的差别很大,会造成各量之间的不协调。其中,对数场面气压梯度项 $\nabla \ln P_*$ 表现尤为明显,此项不仅受整层大气温度的影响,而且受地形高度的影响,是一个短波成分较多的项。用低波数截断时,截断误差较大^[1]。本文将用几种常用的数值计算方法作试验,从而得到一种较优的方案。

二、方 法

若将对数场面气压梯度分解为

$$\nabla \ln P_* = \overline{\nabla \ln P_*} + (\nabla \ln P_*)'$$

二项,其中 $\overline{\nabla \ln P_*}$ 是气候平均项,不随时间变化,可以在模式运行之前精确计算;另一项是与气候场的偏差项,此项相对前一项来讲是个小量,用低波数截断时,截断误差能大大减小。

本文采用三次样条函数和四次拉格朗日多项式插值公式^[2]作试验。由于二维求导较复杂,我们采用双向一维方法,东西向以纬圈为单位取周期性边条件,南北向以过两个极点的大圆为单位,取周期性边条件,分别计算 x 、 y 两个方向的方向导数。此外我们还用了T21, T42, T63谱方法计算梯度。

为了得到比较 $\overline{\nabla \ln P_*}$ 各种数值计算方法精确度的客观标准,我们设计一个定常的理想天气系统,其中大气温度是空间的已知函数,地形高度可用解析式表达。于是,在此系统

中,我们可以求出 $\overline{\nabla \ln P}$ 的精确值,可以用它来检验各种数值计算方法的优劣。

由于地形的尺度、形状直接影响场面气压的谱分布,所以,在选择地形函数时,应尽可能反映真实地形的主要特征。这样,我们所得出的结论才能与计算实际场面气压场时的结果比较接近。

为简单起见,并不失一般性,我们设全球为温度 $\bar{T} = 300\text{K}$ 的等温大气,并设地形高度函数为

$$h_* = h_0 e^{-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2 - (\varphi - \varphi_0)^2}{\Delta\lambda^2}}$$

其中, λ, φ 是经纬度, h_0 是山的高度, 设为 5000m 。 λ_0, φ_0 是山顶的经纬度, 设在青藏高原位置上, $\lambda_0 = 90^\circ, \varphi_0 = 35^\circ$ 。 $\Delta\lambda, \Delta\varphi$ 为常数, 可视为山体的尺度, 单位为度。

根据静力平衡关系和气体公式有

$$\bar{P}_* = \bar{P}_0 e^{-(gh_*/RT)}$$

和

$$\frac{\partial}{\partial x}(\ln P_*) = \frac{2gh_*(\lambda - \lambda_0)}{aRT \cos\varphi \Delta\lambda^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}(\ln P_*) = \frac{2gh_*(\varphi - \varphi_0)}{aRT \Delta\varphi^2}$$

其中, a 为地球半径, R 为气体常数, \bar{P}_0 为海平面气压, 设为常数, g 为重力加速度。

为了检验所用的几种计算方法在不同尺度的地形条件下的精确度, 我们取两组地形宽度 $\Delta\lambda = \Delta\varphi = 2.5^\circ$ 和 $\Delta\lambda = \Delta\varphi = 5.0^\circ$ 分别作实验。

三、试验结果

1. $\Delta\lambda = \Delta\varphi = 2.5^\circ$ 的情况

图1是沿 $34.5^\circ\text{N}, 73 - 106^\circ\text{E}$, $\frac{\partial}{\partial x}(\ln P_*)$ 的精确值与相应的用不同数值计算方法得到的近似计算结果的对比情况。可以看出, 用 T21 谱方法求出的场面气压梯度非常小, 仅有精确值的 10% 左右, 而且其范围也较精确值大得多。随着截断波数的提高, 计算结果也随之改善, 但并不理想。用 T63 谱方法计算, 它的极值也仅有精确值的 60% 左右, 在山脚处还会产生 Gibbs 现象, 误差仍然较大。用较简单的四阶多项式插值公式法, 它的计算结果却比用复杂的谱方法的结果好。可以看出, 它的极值更接近于精确值, 且不出现 Gibbs 现象。在这五种方法之中, 计算效果最好的是样条函数法, 它的曲线基本与精确值重合, 误差最小。

表1是这五种计算方法的最大误差。可以看出, y 方向的结果与 x 方向的量级是一致的, 但其误差略小于 x 方向的误差, 这是由于 y 方向格点不规则和山体宽度略大于 x 方向的缘故。

2. $\Delta\lambda = \Delta\varphi = 5.0^\circ$ 的情况

由于山体宽度增加, 短波成分减少, 使各种计算方法的精确度都有提高(见表1), 但仍

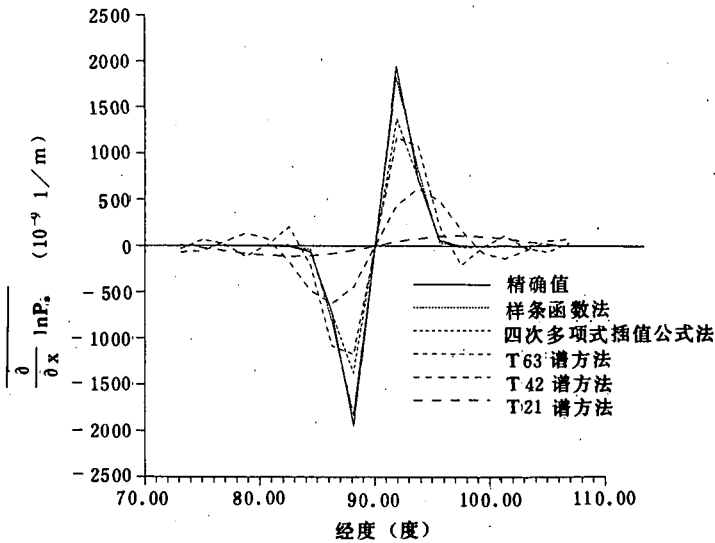


图 1 沿 34.5°N, 73—106°E 对数场面气压梯度 x 方向的精确值与近似值

表 1 各种近似计算方法的 $\Delta \lambda = \Delta \varphi$ 最大误差(单位: m^{-1})

地形宽度		方法	四阶多项式插值公式	三次样条函数	T21 谱方法	T42 谱方法	T63 谱方法
$\Delta \lambda = \Delta \varphi = 2.5$	x 方向		5.712×10^{-7}	1.131×10^{-7}	1.900×10^{-6}	1.505×10^{-6}	7.735×10^{-7}
	y 方向		3.196×10^{-7}	1.697×10^{-7}	1.447×10^{-6}	1.207×10^{-6}	6.252×10^{-7}
$\Delta \lambda = \Delta \varphi = 5.0$	x 方向		1.963×10^{-7}	5.083×10^{-9}	7.644×10^{-7}	1.739×10^{-7}	1.188×10^{-8}
	y 方向		1.693×10^{-8}	4.123×10^{-9}	5.668×10^{-7}	1.062×10^{-7}	1.326×10^{-8}

然是样条函数方法的结果最好(图略)。

从以上分析结果来看,样条函数方法在求场面气压短波成分较多的场时显示出比谱方法有优越的方面。因此,为了在模式非线性项中加入地形短波影响,可考虑气候项 $\nabla \ln P_s$ 用样条函数方法计算。但是由于用双向一维方法,对极点的处理是不严格的,所以在计算实际场时,极地附近会产生误差。另一方面,由于极地附近格点较密,短波成分较少,谱方法的误差不会太大,因此可考虑将二者结合起来,在中低纬用样条函数法,高纬地区用 T63 谱方法,使计算结果尽可能接近实际。

参 考 文 献

- [1] 杨学胜, 廖洞贤, 几种谱展开的比较试验, 75-09-01中期数值预报研究课题技术报告第1502号, 1989年。
- [2] 清华大学、北京大学计算方法编写组, 《计算方法》, 科学出版社, 1980年。

COMPARATIVE EXPERIMENTS ON METHODS FOR CALCULATING
LOGARITHMIC SURFACE PRESSURE GRADIENT
IN SPHERICAL COORDINATES

Jin Zhiyan Liao Dongxian

(National Meteorological Center, SMA)

Abstract

With several kinds of numerical methods commonly used, the logarithmic surface pressure gradient of an ideal earth-atmosphere system is calculated on 192×96 Gaussian grid points. Comparative experiments show that, on such grid points, calculations with the spline method are better than those with spectral methods including T21, T42, and T63.
