

# 行星尺度定常波经向波列波射线路径 及截获带的季节特征\*

徐祥德

(天津市气象局)

朱复成

(南京气象学院)

## 提 要

本文采用平均西风廓线的实际资料,对冬夏季节遥相关经向波列特征进行了研究,本文数值分析表明,由于冬夏平均西风廓线的季节差异,遥相关波列也呈显著的季节特征:波射线的传播、截获范围、波折射率随纬度变化状态、大地形与海洋热源因子引起经向波列共振特征均表现出明显的季节差异。本文还探讨了大地形、热源因子与遥相关经向波列特征的相关关系。

## 一、引 言

有关遥相关的研究,近年来已取得极有意义的进展,大气环流遥相关的特征表现为大气对外源强迫响应以及大气中低频系统的活动,它们的二维 Rossby 波波列路径以及波射线遵循大圆理论的规律<sup>[1]</sup>。本文着重研究西风廓线因子、热源强迫项对遥相关经向波列特征的影响问题。大气对外源强迫产生的遥响应现象已被大量观测分析与数值模拟所证实,但是这类对强迫源的响应与大气基本气流特征有何联系?大气基本态、实际大气西风廓线分布如何影响遥相关经向波列的传播与振荡特征?这些均为人们十分关切的研究课题。本文采用实际资料数值分析以及定性讨论的方法对上述问题进行了初步探讨。本文还从理论上探讨了热源因子对于遥相关波列特征的影响效应,并研究了遥相关经向波列的共振现象及其条件,即产生共振时,经向波列波数与热源分布特征的相互关系。

## 二、经向波列数字模型

本文采用二层准地转涡度方程线性化形式研究经向波列特征,且考虑基流  $\bar{u}$  及大地

本文 1990 年 4 月 16 日收到,7 月 30 日收到修改稿。

\* 国家自然科学基金和国家气象局季风科研基金资助项目。

形高度  $h_s$  均仅为  $y$  的函数, 简化数学模型基本方程可写为<sup>1)</sup>:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}(y) \frac{\partial}{\partial x} \right) (\nabla^2 - \tilde{\lambda}^2) \psi^* + (\beta(y) - \bar{u}'(y) + 2A^* \frac{\partial h_s(y)}{\partial y}) \frac{\partial \psi^*}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{\tilde{\lambda}^2 R}{c_p f_0} \dot{Q} \quad (1)$$

其中  $\tilde{\lambda}^2 = f_0^2 / 2(\Delta p)^2 \sigma$ ,  $A^* = f_0 g / 2RT_0$ ,  $\frac{\partial h_s}{\partial y}$  为大地形经向坡度,  $\psi^* = (\psi_1 - \psi_3) / 2$

若假设热源分布及流函数  $\psi^*$  为

$$\begin{pmatrix} \psi^* \\ \dot{Q} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\psi}(y) \sin k(x - ct) \\ Q(y) \cos k(x - ct) \end{pmatrix} \quad (2)$$

将(2)式代入方程(1)得

$$\frac{d^2 \tilde{\psi}}{dy^2} + \tilde{n}^2(y) \tilde{\psi} = \frac{Q(y) \tilde{R}}{uk - \omega} \quad (3)$$

$$\text{其中 } \tilde{n}^2(y) = \left[ \left( \frac{\beta - \bar{u}'(y) + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y} u(y)}{\bar{u}(y)} \right) / \left( 1 - \frac{\omega}{k u} \right) \right] - (k^2 + \tilde{\lambda}^2) \quad (4)$$

$$\tilde{R} = -\frac{1}{2} \frac{\tilde{\lambda}^2 R}{c_p f_0}$$

若暂不考虑热源强迫项, 采用 WKBJ 近似, 方程(3)解可写为<sup>[3]</sup>

$$\psi^*(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\tilde{n}(y)}} e^{i(kz)} + \int^y \tilde{n}(y) dy - \omega t \quad (5)$$

考虑遥相关经向波列特征, 根据方程(3), 若不计热源项, 其经向波数为

$$l = \sqrt{\frac{(\beta - \bar{u}' + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y})}{\bar{u}} / \left( 1 - \frac{\omega}{k} \bar{u} \right) - (k^2 + \tilde{\lambda}^2)} \quad (6)$$

由(6)式可知, 遥相关经向波列波数与西风廓线特征, 大地形坡度、层结稳定度状态及  $\beta$  因子相关。纬向波数  $k$  越小, 经向波数  $l$  越大; 平均西风风速越大, 经向波数越小, 即经向波长尺度大; 大地形南坡经向波数大, 北坡经向波列波长尺度大; 低纬  $\beta$  值大, 经向波数大; 对于冬夏西风廓线特征, 若存在  $\bar{u}' < 0$  (7月其范围为  $28^\circ$ — $65^\circ$  N, 1月其范围为  $27^\circ$ — $55^\circ$  N) 有利于经向波数增大。

### 三、冬夏波射线折射率随纬度变化特征

由方程(4)可知, 波射线折射率的变化与纬度因素、西风廓线特征以及纬向波数相关。本文采用了 kochanski 有关 1 月、7 月平均西风风速资料<sup>[2]</sup>, 若不考虑地形作用, 直接计算如下准静止波折射率式子

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{k} \left( \frac{\beta - \bar{u}'}{\bar{u}} - k^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

1) 徐祥德, 朱复成, 东西风廓线特征与大气运动平衡态定常波的相关关系及共振条件研究(待发表)。

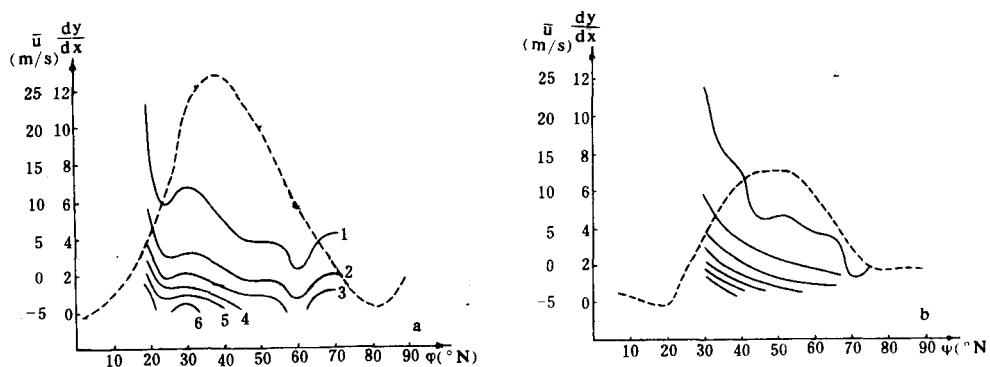
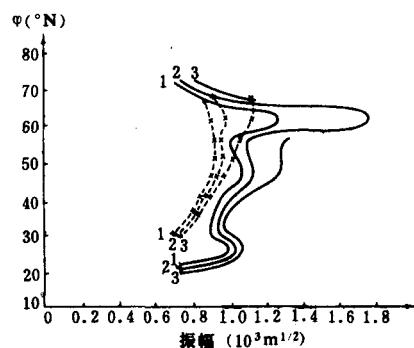


图 1 不同波数的波折射率随纬度分布 (a) 1月 (b) 7月

由图 1(a)、(b) 可见,对于不同的纬向波数,根据实际西风廓线计算的波折射率随纬度变化有显著的差异。纬向波数  $k$  越小,冬夏波折射率越大,经向波列越趋于南北向;反之,纬向波数越大,经向波列路径亦趋于东西向。图 1 表明,对超长波冬夏均可能传到较高纬,且对于同一纬向波数  $k$  而言,随纬度增高,波折射率变小,且趋于转向平行于纬圈。这些结论与文献[4]计算波射线轨迹相符。本文着重研究了西风廓线季节特征影响下波列路径问题。对比图 1(a)、1(b) 可以发现:由于西风廓线的不同季节特征,遥相关波射线路径也有显著季节差异。首先由于西风廓线特征季节差异,经向波列截获波范围不同,夏季截获波纬度比冬季偏高。冬季低纬波射线轨迹各纬向波数均出现一转折点,即折射率在  $25^{\circ}\text{N}$  附近为一相对低值点。对于超长波 ( $k \leq 3$ ),中高纬 ( $30^{\circ}$ — $70^{\circ}\text{N}$ ) 波折射率随纬度减小幅度冬季小于夏季,这说明冬季超长波波列向北传播的趋势比夏季显著。另外,对于长波 ( $k > 3$ ) 情况有所不同,夏季长波波射线转向点纬度比冬季高,例如,夏季  $k = 4$  波  $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$  的点可达到  $60^{\circ}\text{N}$ ,而冬季其转向点只在  $45^{\circ}\text{N}$  附近。这说明对于长波,当夏季西风廓线急流带偏北时,这类西风分布更有利于波列向高纬传播,即对于不同纬向波数,其经向波列路径对西风廓线季节变化响应特征有明显差异。

采用 WKBJ 近似可得到经向波列振幅的表达式:

$$\tilde{n}(y)^{-\frac{1}{2}} \propto \left( \frac{\beta(y) - \bar{u}''(y) + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y}}{\bar{u}(y)} - (k^2 + \tilde{\lambda}^2) \right)^{-\frac{1}{4}} \quad (8)$$

图 2 定常波经向波列振幅随纬度变化  
(实线为 1 月,虚线为 7 月)(数字为波数)

其中  $\omega=0$ .

若暂不考虑大地形及稳定性因素, 可求得冬夏不同纬向波数振幅随纬度  $\varphi$  的变化, 如图 2 所示。图 2 表明, 冬夏季纬圈波数 ( $k=1, 2, 3$ ) 不同, 则振幅变化不同; 夏季基本气流廓线变化, 中低纬 ( $20^{\circ}$ — $60^{\circ}$  N) 经向波列振幅随纬度变化总增量明显小于冬季, 且振幅大小摆动幅度小, 尤其对于波数为 1、2 的超长波, 在  $50^{\circ}$  N 以北, 冬季振幅大小起伏随纬度变化明显大于夏季, 这与冬季西风廓线特征相关。

#### 四、经向截获波季节特征

本文采用 Kochanski 有关平均西风风速资料, 计算经向波列频带分布冬夏特征对于零频波波射线经向传播波数, 若暂略去层结因子可得下式:

$$\begin{aligned} l &= \sqrt{[(\beta - \frac{d^2 \bar{u}_i}{dy^2}) / \bar{u}_i] - k^2} \\ &\quad [(\beta - \frac{d^2 \bar{u}_i}{dy^2}) / \bar{u}_i] - k^2 \leq 0 \quad \text{截获区} \\ &\quad [(\beta - \frac{d^2 \bar{u}_i}{dy^2}) / \bar{u}_i] - k^2 > 0 \quad \text{传播区} \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\bar{u}_i$  ( $i=1, 2$ ) 表示冬夏季两类平均西风廓线。

根据冬夏两类西风廓线以及  $\beta$  参数, 可利用(9)式计算由各纬向波数  $k$ 、纬度因素与西风廓线所确定经向波列截获与传播的范围分布, 如图 3(a)、(b) 所示。

图 3(a) 表明, 冬季仅有纬向波数低于 7 波的波动可向中高纬传播 ( $\varphi > 30^{\circ}$  N), 这一计算结果与文献[4]波射线轨迹一致。夏季向中高纬传播的波数范围扩大, 纬向波数低于 10 波的波动亦可向极区传播 ( $\varphi > 30^{\circ}$  N), 如图 3(b) 所示。

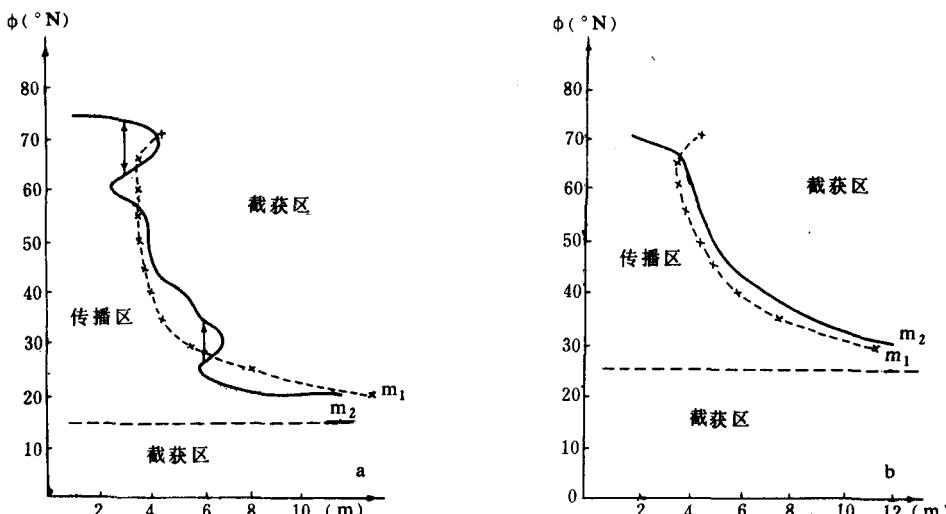


图 3 零频波临界波数随纬度分布

(a) 1月, (b) 7月

$$(虚线 m_1 = a \cos \varphi \sqrt{\frac{\beta}{u}}, 实线 m_2 = a \cos \varphi \sqrt{\frac{\beta - \bar{u}}{u}})$$

由图3(a)、(b)可知,低纬度夏季经向波截获区临界纬度偏北,可达 $25^{\circ}\text{N}$ ,冬季仅 $15^{\circ}\text{N}$ ,说明中高纬度波动或扰源激发波列冬季可向南传播更远,这与冬季西风急流偏南特征相关。图3(a)表明,冬季纬向6波、3波分别在 $70^{\circ}\text{N}$ 、 $30^{\circ}\text{N}$ 附近出现了截获波临界曲线的折叠区,即双解。这与上述  $\frac{dy}{dx}$  曲线冬季特征相对应,且与夏季截获波临界曲线单调演变状况有明显差异。此外,由  $m_1$  与  $m_2$  随纬度分布比较可发现考虑到基流切变特征( $\bar{u}''$ )以后,可使波在经向传播变得更为复杂。但必须指出的是大地形、热源分布特征的影响也可改变东、西风带的分布,导致上述波列截获区的变化及“失效”。

## 五、热源强迫对于经向波列的影响效应

为了定性探讨热源强迫对于遥相关波列特征的影响,假设  $\beta$ 、 $\bar{u}$  为常数,且将方程(3)的齐次方程特解写为  $x_1(y)$ 、 $x_2(y)$ 。

设  $\tilde{\psi}(y) = C_1(y)X_1(y) + C_2(y)X_2(y)$ , 则  $\psi(y)$  通解为

$$\begin{aligned} \bar{\psi}(y) = & X_1 \left[ \int \frac{X_1 \frac{\tilde{R}Q(y)}{uk} dy}{\begin{vmatrix} X_1 & X_2 \\ X_1' & X_2' \end{vmatrix}} + C_1 \right] \\ & + X_2 \left[ \int \frac{X_2 \frac{\tilde{R}Q(y)}{uk} dy}{\begin{vmatrix} X_1 & X_2 \\ X_1' & X_2' \end{vmatrix}} + C_2 \right] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\beta + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y}}{\bar{u}} - (k^2 + \tilde{\lambda}^2) < 0 \quad (11)$$

若假设

其中  $\frac{\partial h_s}{\partial y}, \tilde{\lambda}^2$  亦为常数。

对应齐次方程两个解为

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{k_1^* y} \\ e^{k_2^* y} \end{pmatrix} \quad (12)$$

其中  $k_{1,2}^* = \pm \sqrt{(k^2 + \tilde{\lambda}^2) - (\beta + A^* \frac{\partial h_s}{\partial y})/\bar{u}}$  为实数。

又令  $Q(y) = \text{const}$

$$\begin{aligned} \text{得 } \tilde{\psi}(y) = & (a + \frac{\tilde{R}}{uk} \cdot \frac{e^{-k_1^* y}}{(k_2^* - k_1^*)k_1^*})e^{k_1^* y} \\ & + (\beta - \frac{\tilde{R}}{uk} \cdot \frac{e^{-k_2^* y}}{(k_2^* - k_1^*)k_2^*})e^{k_2^* y} \end{aligned} \quad (13)$$

由(13)式可知,  $\tilde{\psi}(y)$  为非周期解, 为衰减波。其经向变化与纬向波数及西风风速特征相关。纬向波数越小, 衰减波振幅变化越大。

若假设

$$\frac{\beta + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y}}{\bar{u}} - (k^2 + \tilde{\lambda}^2) > 0 \quad (14)$$

令相应齐次方程两个解为

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k^* y \\ \sin k^* y \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\text{其中 } k^* = \sqrt{\frac{\beta + A^* \frac{\partial h_s}{\partial y}}{\bar{u}} - (k^2 + \tilde{\lambda}^2)}$$

若热源强迫项经向函数为

$$Q(y) = \cos\left(\frac{2\pi}{L_\theta}\right)y \quad (16)$$

由方程(3)的通解(10)式可得

$$\tilde{\psi}(y) = \alpha \cos k^* y + \beta \sin k^* y + \frac{\tilde{R}}{uk} \cos \frac{2\pi}{L_\theta} y \left\{ (\beta + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y})/\bar{u} - [(k^2 + \tilde{\lambda}^2) + (\frac{2\pi}{L_\theta})^2] \right\}^{-1} \quad (17)$$

由(17)式的解可知,在满足经向波列传播条件下,热源强迫下的遥相关波列可呈周期性变化,且扰动振幅与西风风速、纬向波数、稳定度参数、大地形坡度以及热源经向分布相关。

本文着重讨论解(17)式的第三项,即经向热源强迫的影响效应问题。

由(17)式可知,对于热源强迫项效应,β越小,其影响作用亦显著。此外,由(17)式可知,热源强迫项中 $1/\{(\beta + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y})/\bar{u} - [k^2 + \tilde{\lambda}^2 + (\frac{2\pi}{L_\theta})^2]\}$ 与 $\tilde{\psi}(y)$ 的相关关系在某种程度上类似于WKBJ近似所得的(8)式 $\tilde{\psi}(y)^{-\frac{1}{2}}$ 表达式。但这里的解析式中已增加了热源影响因素,即

$$\tilde{\psi}(y) \propto \left( \frac{\tilde{R}}{uk} \cos \frac{2\pi}{L_\theta} y \right) \left[ (\beta + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y})/\bar{u} - (k^2 + \lambda^2 + \frac{4\pi^2}{L_\theta^2}) \right]^{-1} \quad (18)$$

$$\text{另外,若 } \frac{\beta + 2A^* \frac{\partial h_s}{\partial y}}{\bar{u}} - (k^2 + \tilde{\lambda}^2) \rightarrow \left( \frac{2\pi}{L_\theta} \right)^2 \quad (19)$$

即经向波数 $l^2 \rightarrow \left( \frac{2\pi}{L_\theta} \right)^2$ ,则 $\tilde{\psi}(y) \rightarrow \infty$ (经向波列共振现象)。

由(19)式可知,这类共振现象产生的条件与西风廓线、β因子、稳定度状态及大地形结构特征均有一定的相关关系。这也揭示了遥相关经向波列在一定条件下可能产生强烈的响应特征。当经向波数 $l$ 接近热源经向波数 $(\frac{2\pi}{L_\theta})$ 时,即发生经向波列共振现象。另外,这共振条件也具有显著的季节特征。图4为冬、夏季产生共振时有关纬向波数与热源经向波数的相关关系。由图4可见,对于某一纬度( $\beta$ 和 $\bar{u}$ 为常数)而言,经向波列共振时有以下三

个特点: 1) 纬向波数增大相应热源的经向波数减小; 2) 较高纬度可能共振波的纬向波数少

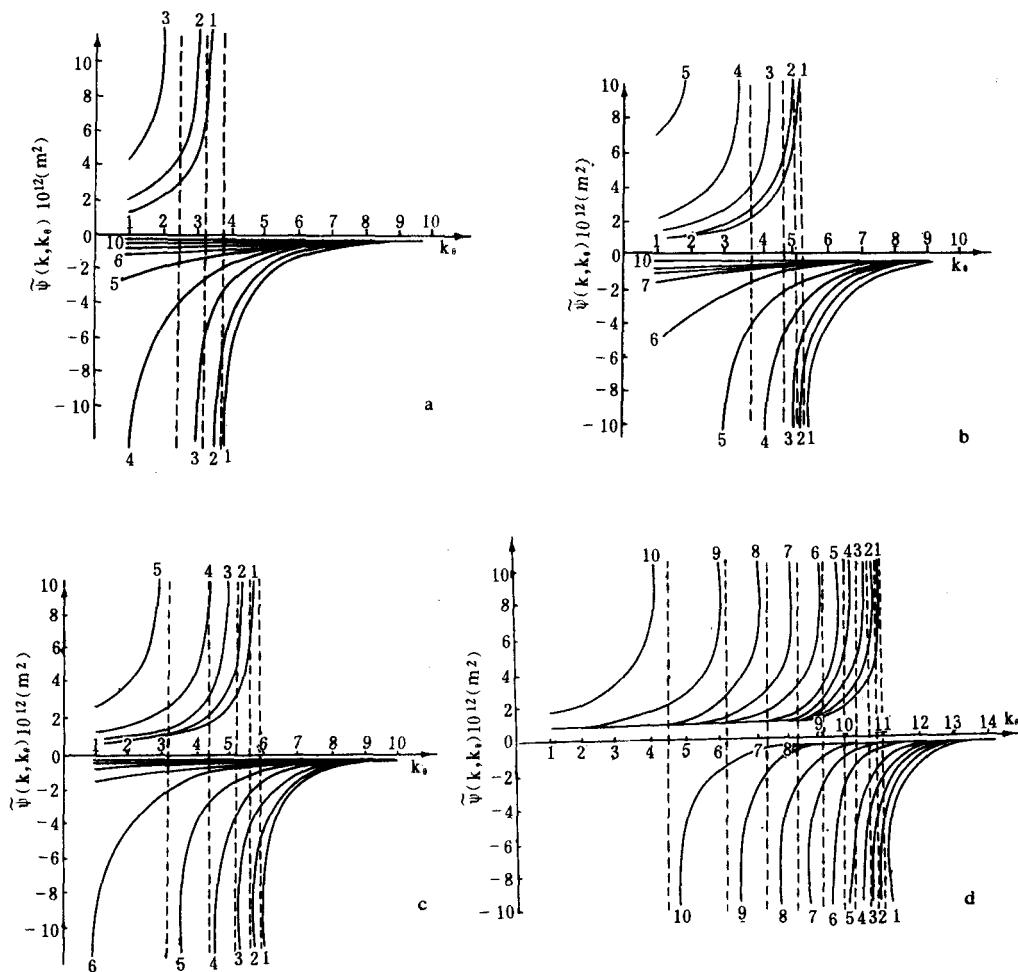


图4 在经向波列共振条件下, 纬向波数与热源经向波数的关系

(a) 冬季,  $\varphi = 40^\circ\text{N}$  ( $k=1, k_\theta=3.8; k=2, k_\theta=3.3; k=3, k_\theta=2.5$ )

(b) 冬季,  $\varphi = 30^\circ\text{N}$  ( $k=1, k_\theta=5.3; k=2, k_\theta=5.1; k=3, k_\theta=4.6; k=4, k_\theta=3.7$ )

(c) 夏季,  $\varphi = 40^\circ\text{N}$  ( $k=1, k_\theta=5.8; k=2, k_\theta=5.5; k=3, k_\theta=5.1; k=4, k_\theta=4.3; k=5, k_\theta=3.1$ )

(d) 夏季,  $\varphi = 30^\circ\text{N}$  ( $k=1, k_\theta=10.9; k=2, k_\theta=10.8; k=3, k_\theta=10.6; k=4, k_\theta=10.2; k=5, k_\theta=9.8; k=6, k_\theta=9.2; k=7, k_\theta=8.4; k=8, k_\theta=7.5; k=9, k_\theta=6.1; k=10, k_\theta=4.5$ )

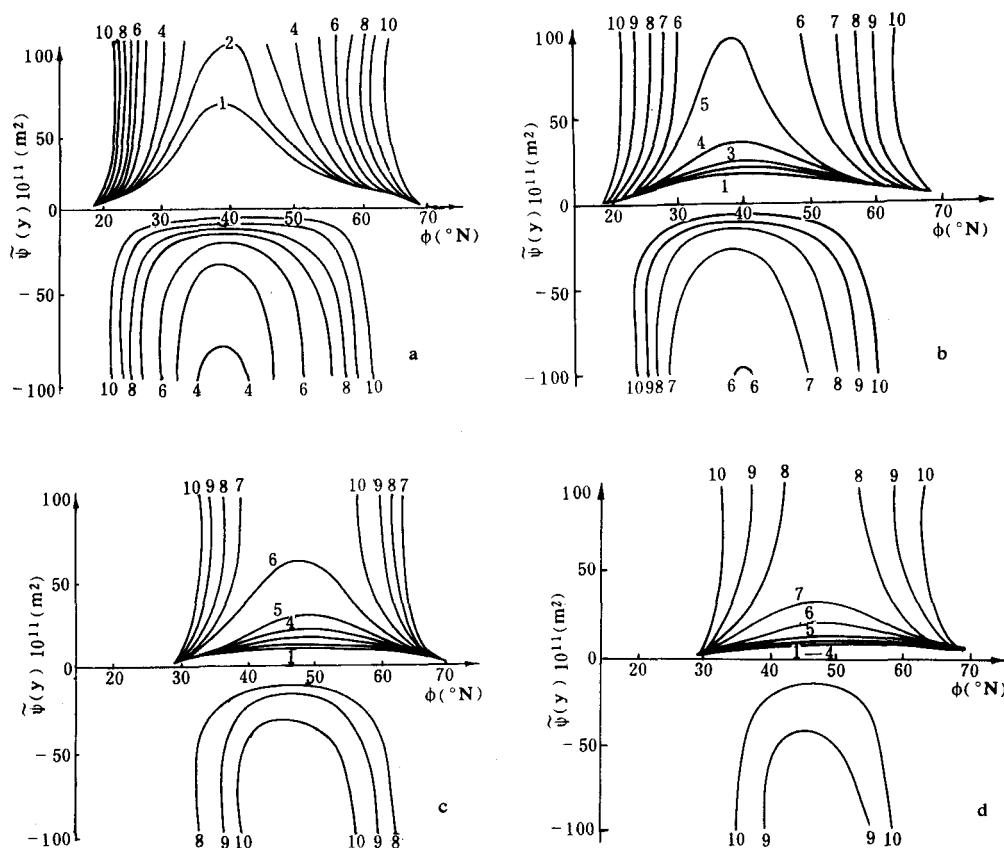


图5 经向波列振幅与纬向波数,热源经向波数关系随纬度分布

(a) 1月 ( $k_\theta=5, k=1 \sim 10$ )

(b) 1月 ( $k_\theta=2, k=1 \sim 10$ )

(c) 7月 ( $k_\theta=5, k=1 \sim 10$ )

(d) 7月 ( $k_\theta=2, k=1 \sim 10$ )

于较低纬度(见图4(a),(b)和(c),(d));3)夏季可能共振波的纬向波谱要宽于冬季。由于 $\beta$ 因子不随时间变化,所以造成上述季节性差异的主要因子是平均纬向风速大小。

若考虑 $\beta$ 和 $\bar{u}$ 随纬度变化的实际大气情况,经向波列的振幅与纬向波数、热源经向波数的关系如图5所示。由图5可见,在西经80°W的急流型纬向平均气流条件下<sup>[2]</sup>,20°~70°N的纬带内为经向波列共振的可能发生区,而两侧的东风区不可能发生经向波列共振。在这个纬带内,可能发生共振的纬度都位于急流型的西风气流的两侧,即西风风速较小的地区。纬向波数越大,其可能共振的位置越偏向急流的外侧。若以 $\psi$ 大于 $10^{13} m^2$ 为共振的粗略条件,则在冬季西风廓线分布条件下, $k_\theta=5$ ,只有纬向波数大于4的波才能发生共振。随着热源经向波数减小( $k_\theta=2$ ),可能共振的临界纬向波数变为6,显示了在共振条件下,纬向波数和热源经向波数呈反相关的关系。上述特点在夏季基本风场条件下也同样存在(见图5(c)和(d)),但冬、夏之间季节性差异还是很明显的。同样对于 $k_\theta=5$ 时的情况下,夏季

只有纬向波数大于8的波才能发生共振。因此,在同一热源经向波数( $k_\theta=5$ 或 $k_\theta=2$ )的条件下,发生共振的波列的纬向波数冬季要比夏季小,即波长长,而且无论对于 $k_\theta=5$ 还是 $k_\theta=2$ 的情况,夏季共振都发生在纬向波数大于8的波列上。如果再考虑到冬季的大气热源比夏季的强度强、尺度大的实际情况<sup>[5]</sup>,这一定性分析结果可以概略地说明经向波列发生共振时冬季振幅大、波数小、波长长而夏季振幅小,波数较大,波长较短的天气事实。

## 参 考 文 献

- [1] Hoskins, B. J. , and D. J. Karoly, The steady linear response of a spherical atmosphere to thermal and orographic forcing, *J. Atmos. Sci.*, **38**, 1179—1196, 1981.
- [2] Kochanski, A. , Cross Sections of the mean zonal flow and temperature along 80°W, *J. of Meteorology*, **12**, 95—106, 1955.
- [3] 李崇银, 大气环流的遥相关问题, 气象科技, 4, 1986年。
- [4] 黄荣辉, 李维京, 夏季热带西太平洋上空的热源异常对东亚上空副热带高压的影响及其物理机制, 大气科学(特刊), 科学出版社, 1988年。
- [5] 长期天气数值预报协作组, 北半球月平均加热场图集和资料, 气象出版社, 1982年。

## SEASONAL CHARACTERS OF RAY PATH OF MERIDIONAL WAVE TRAIN OF PLANETARY SCALE STATIONARY WAVE AND ITS TRAPPING ZONE

Xu Xiangde Zhu Fucheng

(Tianjin Weather Bureau)

### Abstract

The characteristics of meridional wave train in teleconnection in winter and summer are investigated by using mean westerly profile data. The numerical analysis shows the distinct seasonal characteristics of teleconnection wave train due to seasonal differences between the mean westerly profile in winter and that in summer, ie. there are distinct seasonal differences in the propagation of rays, trapping zone, variation of wave refractive index with latitude, resonant features of meridional wave train forced by large scale topography and maritime heat source. In this paper, the correlations between large scale topography, heating source and characteristics of meridional wave train in teleconnection are also discussed.