

强对流天气发生机制的一种研究

黎清才

(山东省气象台)

高守亭

(中国科学院大气物理研究所)

提 要

本文利用非地转的 Eady 模式进一步讨论了使得强对流发展的对称不稳定理论,着重指出,即使在大里查逊数下,只要层结合适,仍有对称不稳定发展的可能性。并用一次暴雨发生的天气过程说明了强对流天气发展对于对称不稳定理论的依赖性。

一、前 言

对称不稳定(SI)是解释中尺度系统发生机制的主要理论之一。尤其是七十年代之后发展起来的 CSI(条件对称不稳定)和 CISK(第二类条件不稳定)理论,已成为解释锋面雨带的产生和热带积云塔发展的主要机制。在这些理论的研究中,得出的最主要结论是,如果绝对位涡矢的分布比位温面更为垂直,则是对称稳定的,否则是不稳定的^[1]。这就意味着,表征位温垂直分布和相对涡度平方分布之比的里查逊数 $R_i \left(R_i = \frac{g}{\theta_0} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial z} / \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)^2 \right)$ 最好小于 1^[2]。这一结论固然很重要,但在实际业务工作中,人们总是希望在强对流天气过程发生前即可预报出将有强对流天气发生的可能性,使用的都是环境场资料, R_i 很小的条件难以满足,在这种条件下,我们能否判断环境场中是否有可能出现局地强对流天气的问题,是值得研究的。

本文通过非地转的 Eady 模式^[3],研究了在大里查逊数下($R_i \gg 1$)的不稳定性问题,并用发生在山东省济南地区的一次暴雨过程说明这种不稳定的存在。

二、任意里查逊数下的 Eady 模式

Stone^[2]和高守亭^[3]曾经对非地转的 Boussinesq 流体中的基本方程组导出的扰动量 w' 方程进一步无量纲化,求得代入波动解后的无量纲方程,从而讨论对称不稳定对里查逊数 R_i 的约束,得到一些有益的结论。但是,若我们采取如下步骤,即令:

$$w' = w(z)e^{i(\lambda_x x + \lambda_y y + \omega t)} \quad (1)$$

式中 λ_x 和 λ_y 分别为 x, y 方向的波数, 代入 w' 方程后, 并做如下变换:

$$Z_1 = (U\lambda_x + \Omega)f^{-1}, \partial Z_1 / \partial z = -a\lambda_x \quad (2)$$

则 w' 方程被化为

$$Z_1(Z_1^2 - 1) \frac{d^2 w}{dZ_1^2} + 2(1 - i\lambda Z_1) \frac{dw}{dZ_1} + [R_1(1 + \lambda^2)Z_1 + 2i\lambda]w = 0 \quad (3)$$

其中 $R_1 = gB / \left(\frac{dU}{dz}\right)^2$, 为里查逊数; $\lambda = \lambda_y / \lambda_x$ 。由于(3)式是一个变系数的方程, 直接求解有一定困难, 故又做变换和推导, 将(3)式改写为

$$\frac{d^2 R^*}{d\theta^{*2}} - \frac{2}{\theta^*} \cdot \frac{dR^*}{d\theta^*} - \left(1 - \frac{1}{R_1}\right)R^* = 0 \quad (4)$$

(4)式是我们讨论的重要关系式。

三、大里查逊数下解的稳定性

在强对流天气系统发生前, 环境场的里查逊数总是满足 $R_1 \gg 1$, 一般是 R_1 为 10^2 的量级。在这种情况下, 方程(4)可以简化为

$$\frac{d^2 R^*}{d\theta^{*2}} - \frac{2}{\theta^*} \cdot \frac{dR^*}{d\theta^*} - R^* = 0 \quad (5)$$

在上、下边界处满足:

$$R^* \equiv 0 \quad \theta^* = \begin{cases} \theta_1 & (\text{下边界}) \\ \theta_2 & (\text{上边界}) \end{cases} \quad (6)$$

根据微分方程的知识, 具有边界条件(6)的方程(5)应有解形:

$$R^* = a_1 R_1 + a_2 R_2 \quad (7)$$

由(2)式、(7)式和 $R_1, R_2, \theta_1, \theta_2$ 的关系式便可求出:

$$2\alpha^* = \frac{H}{f} \cdot \frac{dU}{dz} \lambda_x z_0 \quad (8)$$

$$-2i\beta^* = \frac{H}{f} [\lambda_x(U_1 + U_2) + 2\Omega_r + 2i\Omega_i] \quad (9)$$

这里 z_0 为上、下边界间的厚度。 U_2 和 U_1 分别为上、下边界处的基本风速值。

由以上这些关系式可以求得:

$$\begin{aligned} \beta^{*2} &= 2\alpha^* \operatorname{cth} 2\alpha^* - 1 - \alpha^{*2} \\ &= (\alpha^* - \operatorname{th}\alpha^*)(\operatorname{cth}\alpha^* - \alpha^*) \end{aligned} \quad (10)$$

将(9)式的两边进行实部和虚部对比分离后得:

$$-\frac{\Omega_r}{\lambda_x} = \frac{U_1 + U_2}{2} \quad (11)$$

$$-\Omega_i = \frac{\beta^* f}{H} \quad (12)$$

值得提及的是对于对称扰动, λ_x 很小, 故从(11)式便可看出

$$|\Omega_r| = \left| \frac{U_1 + U_2}{2} \lambda_x \right| \quad (13)$$

只要 λ_z 足够小,则可导出 $|\Omega_r| \ll f$, 又因为 $\text{th}\alpha^*$ 及 $\text{cth}\alpha^*$ 在 $|\alpha^*| < \frac{\pi}{2}$ 及 $|\alpha^*| < 1$ 时分别可展为

$$\text{th}\alpha^* = \alpha^* - \frac{1}{3}\alpha^{*3} + \frac{2}{15}\alpha^{*5} - \frac{17}{315}\alpha^{*7} + \dots \quad |\alpha^*| < \frac{\pi}{2} \quad (14)$$

$$\text{cth}\alpha^* = \frac{1}{\alpha^*} + \frac{1}{3}\alpha^* - \frac{1}{45}\alpha^{*3} + \frac{16}{945}\alpha^{*5} - \dots \quad |\alpha^*| < 1 \quad (15)$$

注意到(8)式,便知 $|\alpha^*| < \frac{\pi}{2}$ 及 $|\alpha^*| < 1$ 都是可以满足的,因为只要(8)式中 λ_z 足够小即可。不妨在这里取最小值,使 $|\alpha^*| < 1$ 在(14)和(15)中都成立。于是 $\text{th}\alpha^*$ 及 $\text{cth}\alpha^*$ 可近似为:

$$\text{th}\alpha^* \doteq \alpha^* - \frac{1}{3}\alpha^{*3}, \text{cth}\alpha^* = \frac{1}{\alpha^*} + \frac{1}{3}\alpha^* \quad (16)$$

将(16)式代入(10)式便得:

$$\beta^{*2} = \frac{1}{3}\alpha^{*2} - \frac{2}{9}\alpha^{*4} \quad (17)$$

或

$$\beta^{*2} = \alpha^{*2} \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{9}\alpha^{*2} \right) \quad (18)$$

只要 α^* 足够小, $\left| \frac{\Omega_i}{f} \right| = \left| \frac{\beta^*}{H} \right| \ll 1$ 自然满足,所以

$$\left| \frac{\Omega}{f} \right| \leq \left| \frac{\Omega_r}{f} \right| + \left| \frac{\Omega_i}{f} \right| \ll 1 \quad (19)$$

这就证明了最初假定 $|\Omega| \ll f$ 是合理的。

若把(1)式进一步改写为

$$w' = w(z)e^{i\lambda_y(y-ct) + i\lambda_z z} \quad (20)$$

则有

$$C_r = -\frac{\Omega_r}{\lambda_y} = \frac{U_1 + U_2}{2\lambda} \quad (21)$$

$$C_i = -\frac{\Omega_i}{\lambda_y} = \frac{\beta^* f}{H\lambda_y} \quad (22)$$

利用(8)和(18)式,并且 β^* 取正值,则(22)式可化为

$$C_i = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{z_0}{\lambda} \frac{dU}{dz} \quad (23)$$

(23)式给出很有意义的结果。从(23)式中可以看出,即使在大里查逊数情况下,环境场的扰动仍可以发生对称型的不稳定。而且其相速虚部(即相当振幅增长指数)同风的垂直切变 $\frac{dU}{dz}$ 成正比。可见对任何确定的扰动(即 $\lambda_z, \lambda = \lambda_y/\lambda_z$ 确定), C_i 的大小通过(23)式就被完全确定了。另一个重要的看法是,过去一直认为里查逊数 $R_i < 1$ 是对称不稳定发展的判据。这就是说,强对流天气的发展要具备两个条件,一是层结不稳定, $\frac{\partial\theta}{\partial z}$ 最好是很小(如在锋区附近),二是要有强的垂直切变,以保证 R_i 充分小。但实际上在强对流天气发生前,算出的 R_i 并不见得很小,有时 R_i 仍很大(量级为 10^2)。如果根据过去的结论, $R_i > 1$ 就不应有强对流发展,但对于大尺度波扰动的局地不稳定,强对流天气发生了。这种情况的最好解

释是本文的结果。从(23)式可知, C_i 同 $\frac{dU}{dz}$ 成正比。因此上、下层的强风切变是不稳定的一个重要条件。但是大里查逊数的前提, 熵随高度有明显的增加。高层为暖区并不意味着不利强对流天气的发展。实际上, 几乎所有强对流天气都是发生在暖区中。关于这方面的研究, 最近已取得了一些进展, 例如在海上突发性气旋发展的研究中发现, 突发性气旋的发展最明显的一个高层特征是对应着发展气旋的上空是一个高位涡区。这种高位涡的出现可用本文的理论解释。

风的垂直切变无疑是重要的, 这在以下例子中会再次谈到, 但要注意到切变加大到一定程度, 又会引起里查逊数的大大减小, 故在强风切变时, (4) 式中含里查逊数的项应予以考虑。

四、较小里查逊数下解的稳定性

若里查逊数 $R_i \ll 1$, 方程(4)可简化为

$$\frac{d^2 R^*}{d\theta^{*2}} - \frac{2}{\theta^*} \frac{dR^*}{d\theta^*} + \frac{1}{R_i} R^* = 0 \quad (24)$$

利用关系式 $\bar{\theta} = 1/\sqrt{R_i} \theta^*$, $R(\bar{\theta}) = R^*(\theta^*)$, $\bar{\theta} = i \bar{\theta}$, 可将(24)式改写为

$$\frac{d^2 R}{d\bar{\theta}^2} - \frac{2}{\bar{\theta}} \frac{dR}{d\bar{\theta}} - R = 0 \quad (25)$$

利用同样的方法可求得

$$\bar{C}_i = \frac{1}{2 \sqrt{3} \lambda \sqrt{R_i}} \frac{dU}{dz} z_0 \quad (26)$$

由(26)式可知, R_i 的值越小, 越有利于 \bar{C}_i 的增值。可见即使在小里查逊数下, 风的垂直切变对不稳定的发展也起着决定性作用。

在里查逊数 R_i 既不特别大, 又不特别小时, 应求解方程(4)。为求出(4)式中的 R^* , 令 $K = 1/(1 - 1/R_i)$, 当 $R_i < 1$ 时, 令

$$\tilde{\theta} = \frac{1}{K} \theta^* \quad (27)$$

将(27)式代入(4)式后有

$$\frac{d^2 \tilde{R}}{d\tilde{\theta}} - \frac{2}{\tilde{\theta}} \frac{d\tilde{R}}{d\tilde{\theta}} - \tilde{R} = 0 \quad (28)$$

$$R(\theta^*) = \tilde{R}(\tilde{\theta}) \quad (29)$$

按照上面的解法得到:

$$\tilde{C}_i = -\frac{\tilde{\Omega}_i}{\lambda_y} = \frac{1}{2 \sqrt{3} \lambda} \left(1 - \frac{1}{R_i}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{dU}{dz} z_0 \quad (30)$$

当 $R_i < 1$ 时, 令

$$\tilde{\theta} = \frac{1}{(-K^2)} \theta^* \quad (31)$$

同理,将(31)式代入(4)式,经变换后推出:

$$\widetilde{C}_i^* = \frac{1}{2\sqrt{3}\lambda} \left(\frac{1}{R_i} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} \frac{dU}{dz} z_0 \quad (32)$$

在(32)式中,只要 $R_i \ll 1$,就得到(26)式的结果。在(30)式中,只要 $R_i \gg 1$,就可得到(23)式的结果。可见(23)、(26)式的 C_i 、 \overline{C}_i 只是 \widetilde{C}_i 、 \widetilde{C}_i^* 的极端情况。

五、与对称不稳定有关的一次暴雨发展过程

表征对称不稳定的最主要标志是位温垂直分布和相对涡度平方分布之间比的关系,即里查逊数 R_i 的大小。所以本个例中,着重分析 R_i 同暴雨发生的关系。

1987年8月2日08—20时在山东济南市出现一次80mm的暴雨过程。在这次暴雨过程发生前,济南地区是强盛的西南气流同较弱的东南气流的切变区(图1)。值得注意的是,在垂直风场的切变分布区中,存在着明显的低空强风带。从图1可以看出,暴雨发生前(2日08时),在850hPa图上,济南处于低空强风速带的前端。显然这一流场特征在暴雨形成过程中,促使暴雨区垂直切变进一步加强。

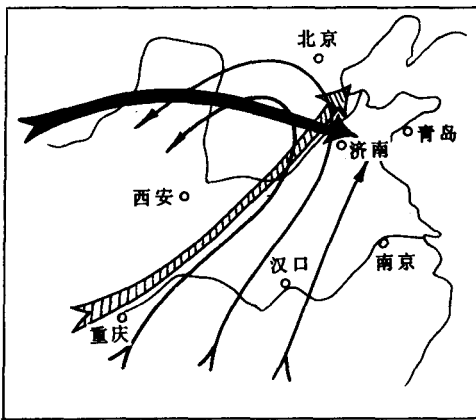


图1 1987年8月2日08时济南地区风场垂直结构

(细箭为850hPa图上流线;斜线箭为500hPa图上西南气流;粗箭为300hPa图上西北气流)

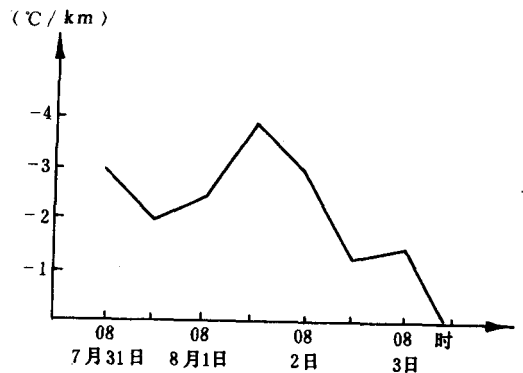


图2 济南1987年8月2日暴雨过程850hPa、500hPa $\frac{\partial \theta_{se}}{\partial z}$ 时间演变曲线

为了分析这次暴雨过程的热力原因,我们做了 $\frac{\partial \theta_{se}}{\partial z}_{(850-500)}$ 的时间演变曲线(图2)。用850hPa的 θ_{se} 代表对流层低层的热力状态,500hPa的 θ_{se} 代表对流层中层的热力状态,则 $\frac{\partial \theta_{se}}{\partial z}_{(850-500)}$ 表示了对流层中、下层的热力状况。从图2可以看出,在暴雨发生前(1日20时和2日08时), $\frac{\partial \theta_{se}}{\partial z}$ 分别为 $-4^\circ\text{C}/\text{km}$ 和 $-3^\circ\text{C}/\text{km}$, 均是高值,这说明济南地区上空环境熵的垂直结构很有利于强对流天气的形成。

通过风的垂直切变及 $\frac{\partial \theta_{se}}{\partial z}$ 的演变分析,很容易计算出里查逊数。表1给出济南站暴雨前(2日08时)各层 R_i 的分布。从表1可以看出,300hPa以下各层的 R_i 均大于15,850—500hPa层的 R_i 最大为2679,这说明在暴雨发生前对流层上下层表现为大里查逊数的特征。

为了进一步分析 R_i 的空间分布同暴雨的关系,我们给出2日08时850—500hPa层次 R_i 的分布图(图3),从图中可看出,河套和华东地区是 R_i 的小值区,长江上游到山东半岛是 R_i 的大值区,济南则是 R_i 的大值中心。图4为济南站1987年8月2日暴雨期间 R_i 时间演变曲线。从图4看出,在暴雨前 R_i 有一个增大的过程,2日08时达到峰值,暴雨后 R_i 呈迅速减小的趋势。

表1 1987年8月2日08时济南上空 R_i 一览表

层 次	R_i
地面—850hPa	17
850—700hPa	64
700—500hPa	120
500—300hPa	90
850—500hPa	2679
850—300hPa	994

显然,从 R_i 的空间分布和时间演变上都说明,1987年8月2日济南暴雨过程是在大里查逊数条件下发生的,是一次特殊的对称不稳定发生过程。

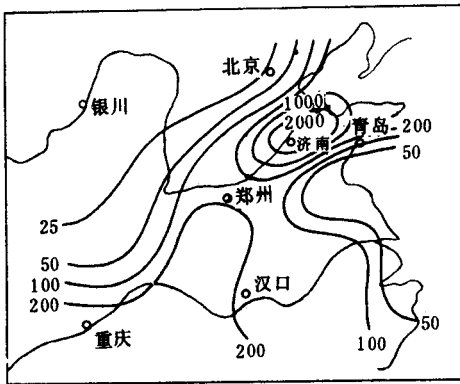


图3 1987年8月2日08时850—500hPa层 R_i 分布图

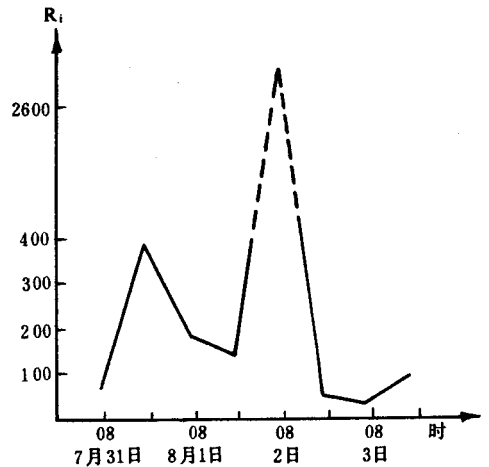


图4 济南1987年8月2日暴雨过程850—500hPa R_i 时间演变曲线

六、结 束 语

本文着重讨论了对称不稳定理论,发现风速垂直切变是对称不稳定的最重要的因子,但风速垂直切变要和大气层结很好结合,才有利于强对流天气的发展。本文特别指出了即使在大的里查逊数下,仍有可能发生对称不稳定,关键取决于层结分布。暴雨天气条件的

发生说明了对称不稳定产生的几个主要因素,即风切变、层结及里查逊数三者都是满足的。这进一步说明强对流天气的发生确实同对称不稳定有关。

参 考 文 献

- [1] Bennetts, D. A. and B. J. Hoskins, *Conditional symmetric instability—a possible explanation for frontal rainbands*, *Quart. J. R. Met. Soc.*, **105**, 945—962, 1979.
- [2] Stone, T. H., *J. Atmos. Sci.*, **23**, 4, 390—400, 1966.
- [3] 高守亭, 孙淑清, 应用里查逊数判别中尺度波动的稳定性, *大气科学*, **10**, 2, 1986.

A STUDY OF GENESIS MECHANISM FOR SEVERE CONVECTIVE WEATHER EVENTS

Li Qingcai

(*Meteorological Observatory of Shandong Province*)

Gao Shouting

(*Institute of Atmospheric Physics, Academia Sinica*)

Abstract

In this paper we further discussed the symmetric instability theory, which can induce development of severe convective weather, based on the ageostrophic Eady model. It highlights that even though under conditions of a large Richardson number, there is a possibility of symmetric instability development as long as the atmospheric stratification being suitable for the vertical wind shear. Moreover, we also analysed a storm rainfall process occurred on 2 August, 1987. It is documented that development of strong convective weather is highly correlated with symmetric instability theory.