

海气耦合气候模式的依时解*

封国林** 曹鸿兴

(中国气象科学研究院, 北京 100081)

提 要

运用量子力学方法, 精确地求出了海气耦合随机-动力模式的依时解. 对依时解的分析表明: 当气候系统处于基态时, 系统的行为呈布朗运动形式, 由此从理论上证明了 Hasselmann 关于随机气候模式建立的立足点. 当系统处于第一激发态时, 系统运动呈随时间衰减的形式; 在一定条件下则为周期振荡, 主周期长度为 2.3 年. 最后将结果用来讨论二氧化碳浓度倍增时的气候影响.

关键词: 海气耦合; 随机-动力模式; 本征函数解; 温室效应.

引 言

海洋-大气相互作用是气候系统中至关重要的物理过程, 由于海洋占地球表面的三分之二, 且具有很大的热惯性, 它对大气运动有着举足轻重的作用. 反之, 大气通过风漂流和热输送制约着海洋的运动. 从目前科学关注的全球增暖热点问题来说, 海洋又是二氧化碳最重要的贮存库. 因此, 人们不仅从观测事实来分析海气耦合, 也建立各种复杂程度不同的海气耦合模式来研究这一物理过程. 李麦村和黄嘉佑^[1]从非绝热过程的参数化导出了一个双变量线性耦合模式, 并讨论了这一随机-动力模式的谱特征. 封国林等^[2]讨论了该模式的近似解, 进一步在模式中引进了二氧化碳效应^[3]. 在本文中, 我们运用量子力学中的本征函数解原理, 得到了模式的非定态解, 运用这一解析解, 研究了二氧化碳(CO₂)增加所造成的温室效应与模式行为的变化, 得到了有意义的结果.

1 方程组定态解

海气耦合随机-动力模式^[1,3]为:

* 本工作受国家《八五》攻关课题 85-913-02 资助.

** 现于扬州大学农学院基础部工作, 扬州, 225001;

1994-09-19 收到, 1994-12-03 收到修改稿.

$$\frac{dT}{dt} = -\alpha_1 T + \beta_1 I_s + w_1(t) \quad (1)$$

$$\frac{dI_s}{dt} = -\alpha_2 T_s + \beta_2 T + w_2(t) \quad (2)$$

式中 $T = \tilde{T} - \bar{T}$, $T_s = \tilde{T}_s - \bar{T}_s$ 分别为气温 \tilde{T} 和海温 \tilde{T}_s 对平衡态 \bar{T} 和 \bar{T}_s 的偏差. α_1, α_2 为自反馈系数, β_1, β_2 为互反馈系数, 它们与太阳常数、有效放射率 ϵ 、定压比热、空气和水的密度、感热通量交换系数等参数有关, 详见文献[1, 3]. 二氧化碳浓度则通过它的有效放射率

$$\epsilon_c = a \ln[\text{CO}_2] + b$$

引入模式中, 即有 $\epsilon = \epsilon_c + \epsilon^*$, ϵ^* 为 CO_2 以外所有气体的有效放射率. a, b 为经验常数, $a = 0.0235, b = 0.0537$. $w_1(t)$ 和 $w_2(t)$ 为随机噪声, 为讨论方便, 假设两者均为零均值白噪声, 即

$$\begin{aligned} \langle w_1(t) \rangle &= \langle w_2(t) \rangle = 0 \\ \langle w_1(t)w_1(t') \rangle &= 2q\delta(t-t') \\ \langle w_2(t)w_2(t') \rangle &= 2q\delta(t-t') \end{aligned} \quad (3)$$

式中 q 是噪声强度, δ 为狄拉克函数. 对式(2)微分并用式(1)消去 T 和 dT/dt , 得

$$\frac{d^2 T_s}{dt^2} + \gamma \frac{dT_s}{dt} + \omega_0^2 T_s = w(t) \quad (4)$$

其中, $\gamma = \alpha_1 + \alpha_2, \omega_0^2 = \alpha_1\alpha_2 - \beta_1\beta_2 \geq 0$

1.1 福克-普朗克(Fokker-Planck)方程

为了精确地解出方程组(4)的解, 进行变量变换, 变成两个一阶微商的朗之万方程组:

$$\begin{aligned} \dot{T}_s &= v \\ \dot{v} &= -\gamma v - f'(T_s) + w(t) \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $f'(T_s) = \omega_0^2 T_s$, 则式(5)可以写成福克-普朗克方程^[4]

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} &= L_k W \\ L_k &= L_k(T_s, v) = -\frac{\partial}{\partial T_s} v + \frac{\partial}{\partial v} [\gamma v + f'(T_s)] + q \frac{\partial^2}{\partial T_s^2} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, W 为 T_s, v, t 的几率密度分布函数, L_k 为福克-普朗克方程算子, $f(T_s)$ 为势函数, $f'(T_s)$ 为势函数的导数. 上式可进一步写成关于几率流的连续性方程

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial S_{T_s}}{\partial T_s} + \frac{\partial S_v}{\partial v} = 0 \quad (7)$$

其中,

$$S_{T_s} = \dot{T}_s W, S_v = -[\gamma v + f'(T_s)]W - q \frac{\partial W}{\partial T_s} \quad (8)$$

1.2 定态解

当且仅当 S_{T_s}, S_v 在 T_s, v 各处的几率流都为常数, 即不随时间变化, 就可以得到其定态解.

由式(8)知,若要 $\partial S_v / \partial v = 0$ 应有

$$q \frac{\partial W}{\partial T_i} = - [\gamma v + f'(T_i)] W \quad (9)$$

则分布函数 $W(T_i, v)$ 由式(7)积分得

$$W(T_i, v) = A \cdot \exp\left[-\frac{\gamma}{2q}(v^2 + \omega_0^2 T_i^2)\right] \quad (10)$$

其中 A 由归一化条件确定,即

$$\int W(T_i, v) dT_i dv = 1 \quad (11)$$

这样就从不同途径导得了与文献[2] 相同的结果。

2 依时解

有了式(10),按照概率论中关于一阶矩的定义即下式可以算出 T_i 的平均值

$$\langle T_i \rangle = \int T_i W(T_i, v) dT_i dv \quad (12)$$

但不能计算 $\langle T_i \rangle$ 随时间的变化,因此解出式(6)的非定态解,即依时解是十分有必要的。

式(6)福克-普朗克方程算符可以写成可逆算符和不可逆算符

$$L_k = L_{rev} + L_{ir} \quad (13)$$

$$L_{rev} = -v \frac{\partial}{\partial T_i} + f'(T_i) \frac{\partial}{\partial v} \quad (14)$$

$$L_{ir} = \gamma \frac{\partial}{\partial v} \left[v + \frac{q}{\gamma} \frac{\partial}{\partial v} \right] \quad (15)$$

一般情况下, L_k 、 L_{rev} 和 L_{ir} 不是厄米算符,这就给为求其它本征值及相应的本征函数带来困难. 但我们可以采用适当的变换,进行量子化,使其变换后的形式为厄米算符。

由其定态解知, L_{ir} 定态解的分布正比于 $\exp(-\frac{\gamma v^2}{2q})$, 若我们对 L_{ir} 算符左乘 $\exp(\frac{\gamma v^2}{4q})$ 和右乘 $\exp(-\frac{\gamma v^2}{4q})$ 时,可以证明 \bar{L}_{ir} 为厄米算符,即

$$\begin{aligned} \bar{L}_{ir} &= \exp\left(\frac{\gamma v^2}{4q}\right) L_{ir} \exp\left(-\frac{\gamma v^2}{4q}\right) \\ &= \gamma \left[\frac{q}{\gamma} \frac{\partial^2}{\partial v^2} - \frac{1}{4} \left(\frac{\gamma v^2}{q} \right) + \frac{1}{2} \right] = \bar{L}_{ir}^\dagger \end{aligned} \quad (16)$$

既然 \bar{L}_{ir} 为厄米算符,我们可以象在量子力学中所做的那样,引进其本征函数和本征值^[5,6],为此,定义玻色子算符(Boson operators):

$$\begin{aligned} b &= \sqrt{\frac{q}{\gamma}} \frac{\partial}{\partial v} + \frac{1}{2} \frac{v}{\sqrt{\frac{q}{\gamma}}}, \\ b^\dagger &= -\sqrt{\frac{q}{\gamma}} \frac{\partial}{\partial v} + \frac{1}{2} \frac{v}{\sqrt{\frac{q}{\gamma}}} \end{aligned} \quad (17)$$

其对易关系

$$[b, b^+] = 1 \quad (18)$$

则

$$\bar{L}_{ir} = -\gamma b^+ b \quad (19)$$

式(18)和式(19)是大家很熟知的简谐振子的哈密顿形式. 类似地, \bar{L}_{rev} 也可以作适当变换, 得

$$\begin{aligned} \bar{L}_{rev} &= -v \frac{\partial}{\partial T_s} + f'(T_s) \frac{\partial}{\partial v} - \frac{1}{2} f'(T_s) \frac{v\gamma}{q} \\ &= L_{rev} - \frac{1}{2} f' \frac{\gamma}{q} = -bD - b^+ D \end{aligned} \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{\frac{q}{\gamma}} \frac{\partial}{\partial T_s}, \\ \hat{D} &= \sqrt{\frac{q}{\gamma}} \frac{\partial}{\partial T_s} + f'(T_s) / \sqrt{\frac{q}{\gamma}} \end{aligned} \quad (21)$$

$$[D, \hat{D}] = f'' = \omega_0^2 \quad (22)$$

这样福克-普朗克方程算符可以写成:

$$\begin{aligned} \bar{L}_k &= \bar{L}_{ir} + \bar{L}_{rev} \\ \bar{L}_k &= -\gamma b^+ b - bD - b^+ D \end{aligned} \quad (23)$$

由于 $f(T_s)$ 不显含时间 t , 分布函数 $W(T_s, v, t)$ 可以写成:

$$W(T_s, v, t) = W_\lambda(T_s, v) \cdot f_\lambda(t) \quad (24)$$

同样, 福克-普朗克方程算符的本征值及相应的本征函数为

$$\psi(T_s, v, t) = \psi(T_s, v) e^{-\lambda t} \quad (25)$$

$$L_k \psi(T_s, v) = -\lambda \psi(T_s, v) \quad (26)$$

其变换形式,

$$\bar{L}_k \bar{\psi}(T_s, v) = -\lambda \bar{\psi}(T_s, v) \quad (27)$$

$$\bar{\psi}(T_s, v) = \exp\left[\frac{\gamma}{4q}(v^2 + f(T_s))\right] \psi(T_s, v) \quad (28)$$

由于 D 和 \hat{D} 的对易式为 ω_0^2 , 故定义玻色子算符为

$$\alpha = \frac{\hat{D}}{\omega_0} = \frac{\sqrt{\frac{q}{\gamma}}}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T_s} + \frac{\omega_0}{2\sqrt{\frac{q}{\gamma}}} T_s \quad (29)$$

$$\alpha^+ = -\frac{D}{\omega_0} = -\frac{\sqrt{\frac{q}{\gamma}}}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial T_s} + \frac{\omega_0}{2\sqrt{\frac{q}{\gamma}}} T_s$$

α, α^+ 满足对易关系 $[\alpha, \alpha^+] = 1$, 则

$$\bar{L}_k = -\gamma b^+ b - \omega_0(\alpha b^+ - \alpha^+ b) \quad (30)$$

由其定态解知, $\lambda = 0, \bar{\psi}_{0,0}$ 由下式求得,

$$\begin{aligned} \alpha \bar{\psi}_{0,0} &= b \bar{\psi}_{0,0} = 0 \\ \bar{\psi}_{0,0}(T, v) &= \sqrt{\frac{\omega_0 \gamma}{2\pi q}} \exp\left[-\frac{\gamma}{4}\left(\frac{v^2}{q} + \frac{\omega_0^2 T^2}{q}\right)\right] \end{aligned} \quad (31)$$

相应其几率分布函数为

$$\begin{aligned} W(T, v) &= |\psi_{0,0}(T, v)|^2 \\ &= \frac{\omega_0 \gamma}{2\pi q} \exp\left[-\frac{\gamma}{2q}(v^2 + \omega_0^2 T^2)\right] \end{aligned} \quad (32)$$

则与定态解是一致的. 引用文献[1]中各参数 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, q$ 的值, 根据式(12) 计算 $\langle T, \rangle$,

$$\langle T, \rangle = \int T W(T, v) dT, dv = 2.71^\circ\text{C} \quad (33)$$

结果与海温距平在 $0.5 \sim 3.5^\circ\text{C}$ 之间振荡相一致.

为了把式(30)写成一个更简单形式, 引进一组新的玻色子算符,

$$\begin{aligned} C_{1+} &= \delta^{-\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda_1} b^+ - \sqrt{\lambda_2} \alpha^+) \\ C_{1-} &= \delta^{-\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda_1} b + \sqrt{\lambda_2} \alpha) \\ C_{2+} &= \delta^{-\frac{1}{2}}(-\sqrt{\lambda_2} b^+ + \sqrt{\lambda_1} \alpha^+) \\ C_{2-} &= \delta^{-\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda_2} b + \sqrt{\lambda_1} \alpha) \end{aligned} \quad (34)$$

其中, λ_1, λ_2 为没有噪声时, 方程的本征值^[2]

$$\lambda_1 = (\gamma + \delta)/2, \lambda_2 = (\gamma - \delta)/2 \quad (35)$$

$$\delta = \sqrt{\gamma^2 - 4\omega_0^2} = \lambda_1 - \lambda_2 \quad (36)$$

这样, \bar{L}_k 就变成了两个简谐振子哈密顿算符之和:

$$\bar{L}_k = -\lambda_1 C_{1+} + C_{1-} - \lambda_2 C_{2+} + C_{2-} \quad (37)$$

$C_{1+}, C_{1-}, C_{2+}, C_{2-}$ 的对易关系如下:

$$\begin{aligned} [C_{1-}, C_{1+}] &= [C_{2-}, C_{2+}] = 1 \\ [C_{1-}, C_{2+}] &= [C_{2-}, C_{1+}] = [C_{1-}, C_{2-}] = [C_{1+}, C_{2+}] = 0 \\ [(-\bar{L}_k), C_{i\pm}] &= \pm \lambda_i C_{i\pm} \quad (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (38)$$

由量子力学知识可得到 λ_{n_1, n_2} 及相应本征函数

$$\bar{\psi}_{n_1, n_2}(T, v) = (n_1! n_2!)^{-\frac{1}{2}} (C_{1+})^{n_1} (C_{2+})^{n_2} \bar{\psi}_{0,0}(T, v) \quad (39)$$

$$\lambda_{n_1, n_2} = \lambda_1 n_1 + \lambda_2 n_2 = \frac{1}{2}\gamma(n_1 + n_2) + \frac{1}{2}\delta(n_1 - n_2) \quad (40)$$

$$\bar{\psi}_{n_1, n_2}^*(T, v) = (n_1!)^{-\frac{1}{2}} (n_2!)^{-\frac{1}{2}} (C_{1-})^{n_1} (C_{2-})^{n_2} \bar{\psi}_{0,0}(T, v) \quad (41)$$

$$W_\lambda(T, v) = |\bar{\psi}_{n_1, n_2}^* \cdot \bar{\psi}_{n_1, n_2}| \quad (42)$$

式中 n_1 和 n_2 为正整数,由式(39 ~ 42),可以得到由本征函数 $\bar{\psi}$ 表达几率分布函数 W_1 ,再根据式(12)可以算出平均温度距平 $\langle T_1 \rangle$,式(37) ~ (42)并非是令 $\partial W / \partial t = 0$ 时求得的,故 W 和 T_1 均是依时解.

3 结果与讨论

(1) 若 $N = n_1 + n_2 = 0$,即 $n_1 = 0, n_2 = 0$,这就是一个定态解即基态,它是一种布朗运动.这样,从理论上证明了 Hasselmann 关于随机气候模式的观点,即视气候变化为轻重质点碰撞的布朗运动^[7].从量子力学的观点来看,海洋可能行为大都处于基态,并遵循海温距平在 $0.5 \sim 3.5^\circ\text{C}$ 之间的振荡,其平均值为 2.71°C .由于系统受到诸如太阳黑子、火山爆发、极冰变化等因素的干扰,可能会跃迁到第一激发态或第二激发态或更高激发态;但由于分布函数正比于 $\exp(-\lambda t)$,激发态越高,随时间指数 t 衰减也就越快.考虑高激发态出现机会少、衰减快,因此现仅讨论第一激发态.

(2) 若 $N = n_1 + n_2 = 1$,即 $n_1 = 0, n_2 = 1$,或 $n_1 = 1, n_2 = 0$,本征值为:

$$\begin{aligned}\lambda_{0,1} &= \frac{1}{2}(\gamma - \delta) = \lambda_1 \\ \lambda_{1,0} &= \frac{1}{2}(\gamma + \delta) = \lambda_2\end{aligned}\quad (43)$$

所以, λ_1, λ_2 仅仅是 λ_{n_1, n_2} 的特例.

当且仅当 $\gamma \gg 2\omega_0$ 时,即自反馈系数永远大于互反馈系数时, λ_{n_1, n_2} 可简化为

$$\lambda_{n_1, n_2} = \gamma_{n_1} + (\omega_0^2/\gamma)(n_2 - n_1) + O(\gamma^{-3}) \quad (44)$$

由式(36)知

$$\delta \doteq (\gamma^2 - 4\omega_0^2)^{\frac{1}{2}} = \gamma \quad (45)$$

所以

$$\begin{aligned}\lambda_{0,1} &= \lambda_1 \doteq 0 \\ \lambda_{1,0} &= \lambda_2 \doteq \gamma\end{aligned}\quad (46)$$

第一激发态本征函数为:

$$\begin{aligned}\bar{\psi}_{1,0}(T, v, t) &= (C_1^+) \bar{\psi}_{0,0}(T, v) e^{-\lambda_2 t} \\ &= -\delta^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\lambda_2} \alpha^+ \bar{\psi}_{0,0}(T, v) e^{-\lambda_2 t}\end{aligned}\quad (47)$$

$$\bar{\psi}_{1,0}^*(T, v, t) = \delta^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\lambda_2} \alpha^+ \bar{\psi}_{0,0}(T, v) e^{-\lambda_2 t} \quad (48)$$

则处于第一激发态的可能几率分布 $W(T, v, t)$ 为

$$\begin{aligned}W(T, v, t) &= |\psi_{1,0}(T, v, t)|^2 \\ &= \psi_{1,0}^*(T, v, t) \psi_{1,0}(T, v, t) \\ &= A \cdot \exp\left(-\frac{\gamma}{2q}(v^2 + \omega_0^2 T_1^2) T_1^2 e^{-2\lambda_2 t}\right)\end{aligned}\quad (49)$$

且

$$W(T, t) = \int W(T, v, t) dv$$

$$= B \cdot \exp\left(\frac{\gamma}{2q} \cdot \omega_0^2 T_s^2\right) T_s^2 e^{-2\lambda_2 t} \quad (50)$$

其中, A, B 为归一化常数, 式(49)和式(50)与稳定基态有本质的区别, 具有与 $\exp(-\lambda t)$ 成正比的时间衰减项。

根据式(12)和式(50), 海温距平 T_s 数学期望为:

$$\langle T_s \rangle = \int_0^\infty W(T_s, t) T_s dT_s / \int_0^\infty W(T_s, t) dT_s = \frac{2}{\sqrt{\frac{\gamma}{2q} \omega_0^2 \pi}} e^{-2\lambda_2 t} \quad (51)$$

取 CO_2 浓度为 330×10^{-6} , 计算得 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, q$ 分别为 0.0001 (弧度·月⁻¹), 0.5127 (弧度·月⁻¹), 0.2186 (弧度·月⁻¹) - 0.03921 (弧度·月⁻¹); q 为 1.5 (弧度·年⁻¹); CO_2 浓度为 660×10^{-6} 时计算得 $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, q$ 分别为 0.0982 (弧度·月⁻¹), 0.5126 (弧度·月⁻¹), 0.2186 (弧度·月⁻¹); -0.03919 (弧度·月⁻¹), q 为 1.5 (弧度·月⁻¹) 则

$$\langle T_s \rangle_{330} = 0.068 e^{-0.96t} \quad (52)$$

$$\langle T_s \rangle_{660} = 0.1923 e^{-0.71t} \quad (53)$$

从式(52)和(53)可以算出, 在第一激发态时, 海温距平的平均值在 CO_2 倍增时, 增温约 0.12°C , 而基态下计算结果增温 1.81°C ^[3]. 但有意义的在于指数项 0.71 和 0.96 , 在 CO_2 倍增时, 衰减变慢, 这是很有意思的结果, 如图 1 和图 2. 这表明, CO_2 不但使海洋变暖, 而且使它的衰减期延长, 说明海洋具备更大的热惯性, 这一解析结果与物理考虑相一致^[8].

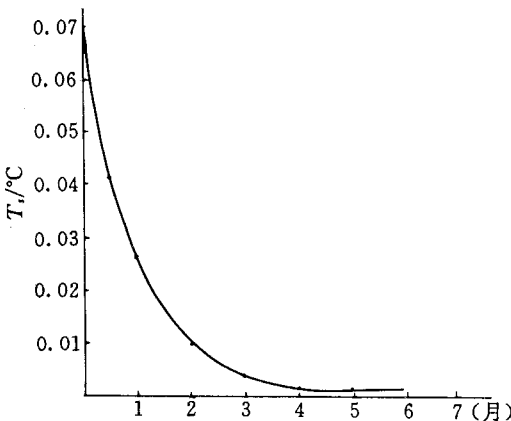


图 1 CO_2 浓度为 330×10^{-6} 时, 海温偏差 (T_s) 随时间的衰减变化

Fig. 1 The decay variation of temperature departure with time while CO_2 concentration being 330×10^{-6} .

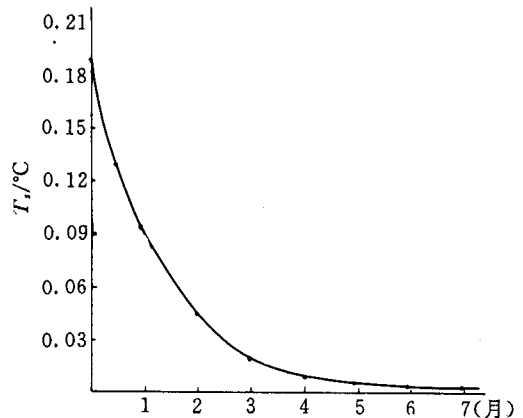


图 2 CO_2 浓度为 660×10^{-6} , T_s 随时间的衰减变化

Fig. 2 As in Fig. 1, but for CO_2 concentration being 660×10^{-6} .

一般用延迟时间来比较衰减程度, $\tau_{330} = 1/0.96 = 1.04$ (月), $\tau_{660} = 1/0.71 = 1.41$ (月), $\tau_{660} > \tau_{330}$, 当 $\langle T_s \rangle$ 衰减为原来的 37% 时, CO_2 浓度为 330×10^{-6} 时, 需要 1.04

月;而 CO_2 为 660×10^{-6} 时,需要 1.41 月.

由式(35)、(40)知,若 $\gamma < 2\omega_0$ 时, λ_{n_1, n_2} 为复数,

$$\delta = i \sqrt{4\omega_0^2 - \gamma^2} = 2i\omega$$

$$\lambda_{n_1, n_2} = \frac{1}{2}\gamma(n_1 + n_2) + \frac{1}{2}2i\omega(n_1 - n_2) \tag{54}$$

这样,几率分布函数就表现出周期振荡,其周期为 $\frac{2\pi}{2\omega} = \frac{\pi}{\omega}$, 第一激发态本征值,

$$\lambda_{1,0} = \frac{1}{2}(\gamma + i2\omega)$$

$$\lambda_{0,1} = \frac{1}{2}(\gamma - i2\omega) \tag{55}$$

其振荡形式是一致的,现仅讨论 $\lambda_{1,0} = \frac{1}{2}(\gamma + i2\omega)$ 的形式,则其相应的本征函数为

$$\bar{\psi}_{1,0}(T, v, t) = \delta^{-\frac{1}{2}}(\sqrt{\lambda_1} b^+ - \sqrt{\lambda_2} a^+) \bar{\psi}_{0,0}(T, v)$$

$$\doteq (Av + BT_s) e^{-\frac{\gamma}{4q}(v^2 + v_0^2 T_s^2)} e^{-\frac{1}{2}\gamma t} e^{-i\omega t} \tag{56}$$

$$\bar{\psi}_{1,0}^*(T, v, t) \doteq (Av + BT_s) e^{-\frac{\gamma}{4q}(v^2 + v_0^2 T_s^2)} e^{-\lambda_{1,0} t} \tag{57}$$

其中, A, B 为系数,由归一化条件决定. 根据式(49~51)求得

$$\langle T_s \rangle_{330} = 0.97 e^{-0.5127t} e^{-i0.2243t} \tag{58}$$

$$\langle T_s \rangle_{660} = 1.82 e^{-0.5126t} e^{-i0.2153t} \tag{59}$$

从式(58)(59)可以看出, CO_2 倍增时,增温为 0.85°C , 实部随时间的变化 $\langle T_s \rangle_{330}$ 与 $\langle T_s \rangle_{660}$ 比较接近, 而周期 $T_{330} = \frac{2\pi}{0.2243} = 2.3$ 年, $T_{660} = \frac{2\pi}{0.2153} = 2.4$ 年, 如图 3、4. 这一结果可以用来解释大气、海洋中存在的准两年周期振荡.

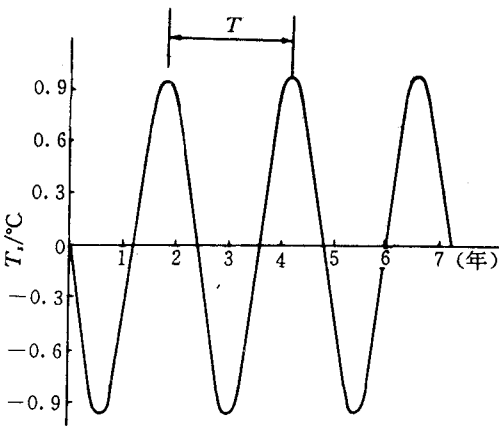


图 3 CO_2 浓度为 330×10^{-6} 时, T_s 随时间的周期变化 (T 为周期长)
Fig. 3 The periodic variation of T_s while CO_2 concentration being 330×10^{-6} (T : period length)

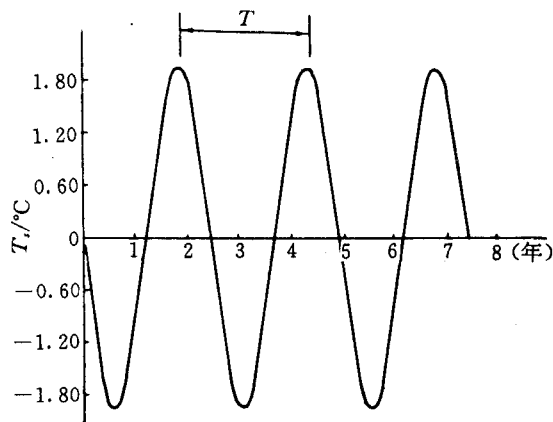


图 4 CO_2 浓度为 660×10^{-6} 时, T_s 随时间的周期变化
Fig. 4 As in Fig. 3, but for CO_2 concentration being 660×10^{-6}

从图3和图4中可清楚地看出CO₂倍增时,振荡周期延长了,尽管延长得不多.这表明,在CO₂诱发的增温影响下,海气耦合系统对外界扰动的周期响应时间将延长,这一理论有待用其它模拟结果来证实.

参 考 文 献

- 1 李麦村,黄嘉佑.关于海温准三年及半年周期振荡的随机气候模式.气象学报,1984,42:168~176
- 2 封国林,邵耀椿,曹鸿兴.海气耦合随机模式的近似解.扬州师范学院学报,1993,13(3):48~54.
- 3 封国林,邵耀椿,曹鸿兴,等.海气耦合随机模式的二氧化碳温室效应的研究.江苏农学院学报,1994,15(2):67~74.
- 4 Rishen H. The Fokker-Planck Equation, Berlin: Springer-verlag, 1984, 72~80.
- 5 Itzyhson C and Zuber J-B. Quantum Field Theory. New York: McGraw-Hill Inc., 1980, 107~126.
- 6 周世勋.量子力学教程.北京:人民教育出版社,1979.54~90.
- 7 Hasselmann K. Stochastic climate models, Part I, Theory, *Tellus*, 1976, 28: 473~485.
- 8 曹鸿兴.气候动力模式与模拟.北京:气象出版社,1994.281~283.

TIME-DEPENDENT SOLUTION OF COUPLED AIR-SEA CLIMATE MODEL

Feng Guolin Cao Hongxing

(*Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081*)

Abstract

By utilizing the method of quantum mechanics, a time dependent solution of the coupled air-sea stochastic dynamic model is obtained accurately. The solution reveals that the air-sea system is in a way of Brownian motion if the system is of basic state, herefrom the standpoint of Hasselmann's stochastic climate model is proved theoretically. If the system is of the first excited state, the system is in a way of decay with time or in a way of periodic oscillation with a main period of 2.3 years in certain conditions of the system. Finally, the solution is applied to study the effect of doubling CO₂ on the climate.

Key words: Air-sea coupling; Stochastic-dynamic model; Eigen function resolution; Greenhouse effect.