

## 云迹风计算中的两个几何问题

许健民 张其松 王大昌 樊昌尧

(国家卫星气象中心, 北京 100081)

### 提 要

文章分析了云迹风计算工作中所遇到的两个几何问题, 即图像匹配问题和风矢量计算问题. 图像匹配问题是指用于计算云迹风的两幅图像如果定位网格不一致, 如何通过图像匹配来减少云迹风的计算误差. 风矢量计算问题是指在已得到示踪云位置时, 如何准确地求出风向风速. 云迹风的计算在本质上是一个几何问题, 几何处理周密是减少云迹风计算误差的一个重要途径.

关键词: 气象卫星; 参数推导; 云迹风.

### 引 言

自从 Leese 等人<sup>[1]</sup>首次提出用相关法进行云迹风的自动计算以来, 利用相关矩阵极大值估算云迹风的方法已被所有进行云迹风推导工作的卫星资料处理中心采用. 各个中心的计算方案在云迹风计算的原理上没有差别, 但在算法中对具体技术问题的处理精细程度很不一样, 从而效果也不一样.

本文讨论了云迹风计算中的图像匹配和风矢量计算两个几何问题.

图像匹配是指用于计算云迹风的两幅图像如果定位网格不一致, 如何通过图像匹配来减少云迹风的计算误差. 在实际工作中, 图像坐标与地理坐标之间的对应关系是根据外推预报公式求出的, 存在着误差. 这里所讨论的图像匹配, 是试图将外推预报定位误差中由于卫星轨道漂移所造成的那一部分误差加以纠正. 美国国家卫星资料和信息局就是利用地标漂移对风进行订正的<sup>[2]</sup>. 而日本气象卫星中心在轨道和姿态预报上已做得十分出色<sup>[3]</sup>, 使图像匹配误差对云迹风的影响很小. 我国风云二号气象卫星的轨道姿态预报质量可以达到什么水准尚难预料, 因此, 在计算方案中考虑图像匹配是有必要的. 对于这个问题较彻底的解决方案是在目标追踪之前对每一幅图像都进行地标导航, 准确地求出图像坐标与地理坐标之间的一一对应关系. 欧洲的云迹风计算就是这样做的<sup>[4]</sup>.

风矢量计算是指在示踪云地理位置已经得到时, 如何准确地求出风向风速. 由示踪云地理位置求风向风速的公式至今未见正式发表, 只是从双边交流中了解到美国的计算

公式. 我们的计算公式从球面三角学的角度出发推导, 较准确和简洁, 计算工作量也较小.

## 1 图像匹配

### 1.1 移动中的卫星观测到的风

由于卫星轨道的偏心, 卫星高度离卫星静止高度存在偏差, 卫星轨道平面与赤道平面有交角, 卫星相对于地球并不是静止不动, 而是一直在不断地运动着. 用于导风的三张图像, 其观测时间前后各差半小时, 共差 1 小时. 在这么长的时段内, 卫星的姿态可以认为变化很小, 而卫星的位置则足以引起对云迹风观测精度有影响的变化. 卫星在移动中进行观测, 所观测到的是云相对于卫星的运动矢量. 它等于云相对于地球的运动矢量和地球相对于卫星的运动矢量之和. 前者才是风, 后者虽然数值不大, 但它是观测偏差, 需要从卫星所观测到云的运动矢量中扣除.

### 1.2 地球和卫星之间的相对运动

下面我们求地球相对于卫星的运动矢量. 图 1 a 是平面图, 自上而下俯视地球, 示意表示卫星星下点的轨迹. 图 1 b 和图 1 c 都在切割卫星初始位置与后来位置的大圆平面上, 说明当卫星发生漂移时, 地面上各个地点如何相对于卫星运动.

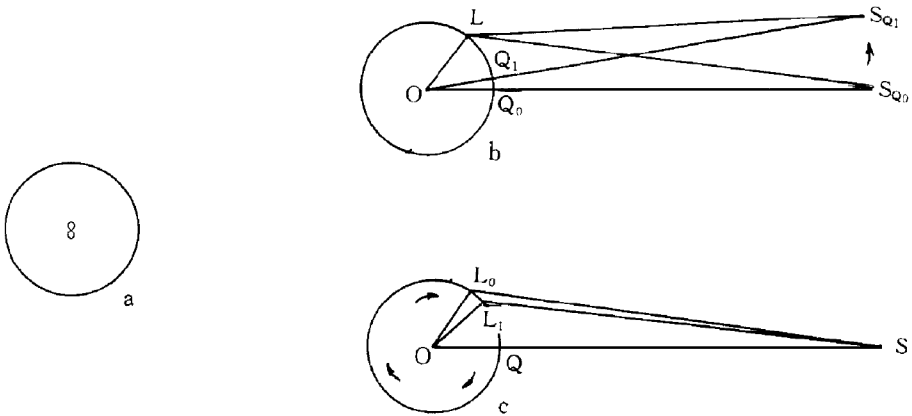


图 1 卫星漂移时的各种几何关系示意图 (a) 地面轨迹示意图 (b) 以地心为参照点, 几何关系的示意图 (c) 以卫星为参照点, 几何关系的示意图

Fig. 1 The geometric schemes of a drifting satellite (a) ground track scheme (b) geometric scheme relative to the earth center (c) geometric scheme relative to the satellite

在图 1 中,  $L$  为地球上位于卫星漂移大圆平面上的任意一点. 卫星漂移大圆平面是指通过地心、卫星初始位置和卫星后来位置三个点的一个平面. 例如, 若 GMS 卫星正好沿  $140^\circ \text{E}$  经线漂,  $L$  就是  $140^\circ \text{E}$  经线上的任意一点. 图 1b 以地心  $O$  为参照点, 卫星从它观测第一张图的位置  $S_{Q_0}$  (星下点  $Q_0$ ) 漂移到它观测第二张图的位置  $S_{Q_1}$  (星下点  $Q_1$ ), 星下点从  $Q_0$  移到了  $Q_1$ . 图 1c 以卫星为参照点, 地球大圆上任意一点从  $L_0$  移到了  $L_1$ . 卫星相对于地球漂移 (如图 1b 所示), 相当于地球沿相反方向转了一个角度 (如图 1c 所

示). 显然在两者的相对运动中, 卫星转动的角度和地球向相反方向转动的角度是大小相同的, 即  $\angle L_0OL_1 = \angle Q_0OQ_1$ . 也就是说, 由于卫星的漂移, 大圆上任意一点都以相同的角速度向相反方向移动. 这个角速度可以用星下点移动的角速度来代表.

对于地球上不位于卫星漂移大圆上的地点, 它们对于卫星的相对运动角速度和位于大圆上的地点是一样的. 但是由于这些地点离地球相对于卫星转动的轴要近一些, 因此这些地点绕通过地心的轴转动的线速度, 要比位于大圆上的点略小一些. 也就是说, 如果 GMS 卫星从南向北漂, 就好象地球上任何一个地点都在沿  $140^\circ\text{E}$  经线从北向南运动, 其中位于  $140^\circ\text{E}$  经线上的地点移动速度最快, 并且与星下点移动一样快. 离  $140^\circ\text{E}$  经线远的地点, 也在沿  $140^\circ\text{E}$  经线向南移动, 但是移动速度比  $140^\circ\text{E}$  经线上的地点略慢一些. 因此, 可以在两幅图上用地标的象素位置之差来推断星下点相对于卫星的移动.

### 1.3 卫星漂移时地标的运动规律

图 2 是卫星在经线和纬线方向漂移时几何关系的示意图. 在图 2 中, 设: 地球半径为  $r$ , 地标为  $L$ , 地心为  $O$ , 星下点为  $Q$ ,  $50^\circ\text{E}$  赤道点为  $T$ , 北极为  $N$ . 在图 2a 中,  $M$  为过  $T$  和  $L$  的大圆与  $140^\circ\text{E}$  经线的交点. 在图 2b 中,  $H$  为过  $N$  和  $L$  的大圆与赤道的交点.

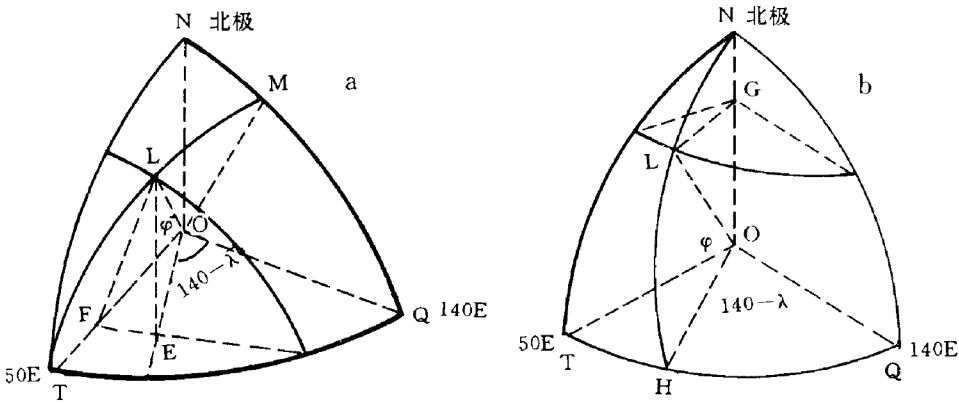


图 2 卫星漂移时, 地标  $L$  的相对运动示意图 (a) 经线方向 (b) 纬线方向

Fig. 2 The relative movement schemes of landmark  $L$  viewing by a drifting satellite

(a) longitudinal (b) latitudinal

若下标 0 和 1 分别表示时刻, 下标  $i$  和  $j$  分别表示卫星扫描的  $X$ (星下点东西)和  $Y$ (星下点南北)方向的象素序号,  $i$  和  $X$  以星下点向东为正,  $j$  和  $Y$  以星下点向北为正, 下标  $L$  表示地标所在地点, 下标  $Q$  表示星下点,  $\Delta$  表示象素序号之差,  $D$  表示位移,  $K$  表示分辨率(km/象素), 那么近似地有:

地标的象元序号改变:

$$\Delta L_i = L_{i1} - L_{i0} \tag{1}$$

$$\Delta L_j = L_{j1} - L_{j0} \tag{2}$$

星下点的象元序号改变:

$$\Delta Q_i = Q_{i1} - Q_{i0} \tag{3}$$

$$\Delta Q_j = Q_{j1} - Q_{j0} \tag{4}$$

$$\text{地标的位移:} \quad DL_x = K_L \Delta L_i \quad (5)$$

$$DL_y = K_L \Delta L_j \quad (6)$$

$$\text{星下点的位移:} \quad DQ_x = K_Q \Delta Q_i \quad (7)$$

$$DQ_y = K_Q \Delta Q_j \quad (8)$$

地标的象素序号改变  $\Delta L_i$ 、 $\Delta L_j$  可以通过地标匹配求出, 地标的位移  $DL_x$ 、 $DL_y$  与星下点的位移  $DQ_x$ 、 $DQ_y$  相互之间是有关系的. 因此由  $\Delta L_i$ 、 $\Delta L_j$  可以推出星下点象素序号的改变  $\Delta Q_i$ 、 $\Delta Q_j$ , 并用它对所有的风进行订正.

#### 1.4 地标位移与星下点位移之间的关系

在图 2a 中, 卫星在南北方向漂, 过  $L$  作  $OT$  的垂线交  $OT$  于  $F$ , 作赤道平面的垂线交赤道平面于  $E$ , 则三角形  $OLF$ ,  $OLE$ ,  $LEF$  都是直角三角形, 且

$$OL = OM = OQ = r, OE = r \cos \varphi, OF = r \cos \varphi \sin(140 - \lambda)$$

$$LF = (OL^2 - OF^2)^{1/2} = [r^2 - r^2 \cos^2 \varphi \sin^2(140 - \lambda)]^{1/2}$$

在卫星漂移的大圆上, 地标的相对运动处处相同. 即在图 2a 中,  $M$  点的位移与星下点  $Q$  的位移是一样的, 即  $DQ_y = DM_y$ . 因为地球上各个地点的漂移角速度处处相同, 即

$$DL_y/LF = DM_y/OM = DQ_y/OQ$$

$$\text{则:} \quad DQ_y = (OQ/LF)DL_y = [1 - \cos^2 \varphi \sin^2(140 - \lambda)]^{-1/2} DL_y \quad (9)$$

在图 2b 中, 卫星在东西方向漂, 且

$$OL = OH = OQ = r, LG = r \cos \varphi$$

因为  $H$  点的位移与星下点  $Q$  的位移是一样的, 即  $DQ_x = DH_x$ . 且地球上各个地点的漂移角速度处处相同, 即

$$DL_x/LG = DH_x/OH = DQ_x/OQ$$

$$\text{则:} \quad DQ_x = (OQ/LG)DL_x = (\cos \varphi)^{-1} DL_x \quad (10)$$

#### 1.5 由地标位移推断星下点位移

将式(6)和式(8)代入式(9)得:

$$K_Q \Delta Q_j = DQ_y = [1 - \cos^2 \varphi \sin^2(140 - \lambda)]^{-1/2} K_L \Delta L_j$$

$$\Delta Q_j = [1 - \cos^2 \varphi \sin^2(140 - \lambda)]^{-1/2} (K_L/K_Q) \Delta L_j$$

将式(5)和式(7)代入式(10)得:

$$K_Q \Delta Q_i = DQ_x = (\cos \varphi)^{-1} K_L \Delta L_i$$

$$\Delta Q_i = (\cos \varphi)^{-1} (K_L/K_Q) \Delta L_i$$

令订正权重系数

$$P_y(\varphi, \lambda) = [1 - \cos^2 \varphi \sin^2(140 - \lambda)]^{-1/2} (K_L/K_Q) \quad (11)$$

$$P_x(\varphi, \lambda) = [\cos \varphi]^{-1} (K_L/K_Q) \quad (12)$$

则

$$\Delta Q_j = P_y(\varphi_L, \lambda_L) \Delta L_j \quad (13)$$

$$\Delta Q_i = P_x(\varphi_L, \lambda_L) \Delta L_i \quad (14)$$

因此我们在两张图片上用地标  $L$  的象元序号之差  $\Delta L_j$ 、 $\Delta L_i$  可以求出星下点的象元序号之差  $\Delta Q_j$ 、 $\Delta Q_i$ .

## 1.6 由星下点位移推断云所在地的地标位移

设云所在的位置为  $C(\varphi, \lambda)$ , 则此处, 地球相对于卫星漂移的象元数为:

$$\Delta C_j = \Delta Q_j [P_y(\varphi, \lambda_c)]^{-1} \quad (15)$$

$$\Delta C_i = \Delta Q_i [P_x(\varphi_c, \lambda_c)]^{-1} \quad (16)$$

$\Delta C_j$ 、 $\Delta C_i$  即是在云迹风计算中需扣除的地球相对于卫星运动所造成的订正象元数。

## 1.7 地球上各地卫星观测分辨率差异的影响

在订正权重系数的表达式中,  $K_L/K_Q$  为地标所在地的分辨率与星下点分辨率之比。在图 1c 中, 设从卫星到星下点的距离为  $R$ , 卫星对星下点  $Q$  和地标  $L$  的张角为  $\eta = \angle LSQ$ , 地心  $O$  对星下点  $Q$  和地标  $L$  的张角为  $\alpha = \angle LOQ$ , 则有:

$$\eta = \text{tg}^{-1} \frac{r \sin \alpha}{R - r \cos \alpha} = \text{tg}^{-1} \frac{\sin \alpha}{(R/r) - \cos \alpha}$$

$$\frac{d\eta}{d\alpha} = \frac{(R/r) \cos \alpha - 1}{[(R/r) - \cos \alpha]^2 + \sin^2 \alpha} = \frac{(R/r) \cos \alpha - 1}{(R/r)^2 - 2(R/r) \cos \alpha + 1}$$

在星下点处,  $\alpha = 0$ ,  $\cos \alpha = 1$ , 则

$$\left. \frac{d\eta}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = \frac{(R/r) - 1}{(R/r)^2 - 2(R/r) + 1}$$

在地面上任意地方,  $\alpha = \alpha$ , 则

$$\left. \frac{d\eta}{d\alpha} \right|_{\alpha=\alpha} = \frac{(R/r) \cos \alpha - 1}{(R/r)^2 - 2(R/r) \cos \alpha + 1}$$

令  $\Delta\eta$  为卫星扫描步进角, 则  $DL = r\Delta\alpha_L = r(d\alpha_L/d\eta)\Delta\eta$ , 即为地标  $L$  所在地点的分辨率。

$$K_L = r\Delta\alpha \Big|_{\alpha=\alpha_L} = r \frac{(R/r)^2 - 2(R/r)\cos\alpha_L + 1}{(R/r)\cos\alpha_L - 1} \Delta\eta$$

$$K_Q = r\Delta\alpha \Big|_{\alpha=0} = r \frac{(R/r)^2 - 2(R/r) + 1}{(R/r) - 1} \Delta\eta$$

因此地标  $L$  处与星下点  $Q$  处象元分辨率之比  $K_L/K_Q$  为:

$$\frac{K_L}{K_Q} = \frac{(R/r)^2 - 2(R/r)\cos\alpha_L + 1}{(R/r)\cos\alpha_L - 1} \cdot \frac{(R/r) - 1}{(R/r)^2 - 2(R/r) + 1} \quad (17)$$

设  $R = 35860$  km,  $r = 6370$  km, 在地面上距星下点地心角  $\alpha$  为  $0^\circ$ ,  $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $50^\circ$  和  $60^\circ$  处,  $K_L/K_Q$  分别为 1, 1.027, 1.113, 1.279, 1.569, 2.100 和 3.221。

## 1.8 图像匹配过程

图像匹配订正的运算过程分以下几步: 预先选择若干个地标置入机器中, 在每次导风的 3 张图片上, 这若干个待选地标中总有几个落在晴空区内。用这些晴空地标求出同一地标前后两张图像的象素序号之差。对图像匹配偏差  $\Delta L_i$ 、 $\Delta L_j$  以系数  $P_x(\varphi_L, \lambda_L)$ 、 $P_y(\varphi_L, \lambda_L)$  为权重进行加权平均(表 1、表 2 分别列出订正权重系数  $P_y$ 、 $P_x$  的值), 求出星下点的漂移  $\overline{\Delta Q_i}$  和  $\overline{\Delta Q_j}$ 。再除以示踪云所在地的权重系数  $P_x(\varphi_c, \lambda_c)$  和  $P_y(\varphi_c, \lambda_c)$ , 就得到云所在地云迹风的修正值。此修正值应从云迹风推导值中扣除, 以纠正卫星漂移带来的误差。

表 1 图像沿 y 方向的匹配订正权重系数  $P_y(\varphi, \lambda)$

**Table 1 Image match correction coefficients along y-axis  $P_y(\varphi, \lambda)$**

$\varphi$	140- $\lambda$					
	0	10	20	30	40	50
50	2.1	2.1	2.5	3.0	3.5	4.8
40	1.6	1.6	1.9	2.2	2.9	4.0
30	1.3	1.3	1.4	1.8	2.4	3.6
20	1.1	1.1	1.3	1.6	2.2	3.5
10	1.0	1.1	1.2	1.5	2.0	3.2
0	1.0	1.0	1.2	1.4	2.0	3.2

表 2 图像沿 x 方向的匹配订正权重系数  $P_x(\varphi, \lambda)$

**Table 2 Image match correction coefficients along x-axis  $P_x(\varphi, \lambda)$**

$\varphi$	140- $\lambda$					
	0	10	20	30	40	50
50	3.3	3.3	3.7	4.2	5.0	7.0
40	2.0	2.1	2.3	2.6	3.2	4.2
30	1.3	1.5	1.6	1.8	2.3	3.2
20	1.2	1.2	1.3	1.5	1.9	2.6
10	1.0	1.1	1.1	1.3	1.6	2.1
0	1.0	1.0	1.1	1.3	1.6	2.1

## 2 风向风速计算

### 2.1 球面三角形的余弦定理

首先推导球面三角形的余弦定理. 图 3a 展示了一个球面三角形  $ABC$ . 它的三条弧是  $a$ 、 $b$ 、 $c$ . 过  $A$  作边  $c$  和  $b$  的切线, 交  $OB$  与  $OC$  的延长线于  $D$  和  $E$ . 推导出球面三角形的余弦定理:

$$\begin{aligned} \cos a &= (OA^2 + OA^2 + 2 AD AE \cos A) / (2 OD \cdot OE) \\ &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \end{aligned} \tag{18}$$

### 2.2 椭圆地球的半径表达式

若考虑地球是一个椭圆, 地球半径在各个纬度的地方是不同的. 地球半径的表达式推导如下: 子午面上椭圆方程可写为

$$x^2/r_e^2 + y^2/r_p^2 = 1 \tag{19}$$

式中  $x$  轴从地心指向赤道,  $y$  轴从地心指向北极,  $r_e$ 、 $r_p$  分别为赤道和极地处地球的半径, 且  $r_e = 6378.214 \text{ km}$   $r_p = 6356.829 \text{ km}$ , 那么地球的偏心率为:

$$\epsilon^2 = 1 - (r_p/r_e)^2 \approx 0.006694538 \tag{20}$$

若子午线上任意一点的地心纬度为  $\varphi$ , 则这一点与地心连线的方程为:  $y = x \text{tg} \varphi$ , 以此式代入式(19), 可得到地心纬度  $\varphi$  处地球的半径为

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2} = r_p [(1 + \text{tg}^2 \varphi) / (1 + \text{tg}^2 \varphi - \epsilon^2)]^{1/2} \tag{21}$$

假定地心纬度与地理纬度相同, 已知极地处地球半径  $r_p$ , 由式(21)可算出椭圆地球的半径. 表 3 列出各个纬度处椭圆地球半径的数值.

表 3 各个纬度  $\varphi$  处椭圆地球的半径( $r$ )

**Table 3 The radius of ellipse earth at different latitudes**

$\varphi$ (度)	50	40	30	20	10	0
$r$ (km)	6367.495	6370.802	6373.789	6376.163	6377.689	6378.214

### 2.3 计算风向风速的球面三角公式

示踪云目标的初始位置  $A(\varphi_A, \lambda_A)$  和终点位置  $B(\varphi_B, \lambda_B)$  由相关匹配方法求出后, 就可以求出风. 图 3b 为地球球面上  $A$ 、 $B$  两点之间的位移示意图.

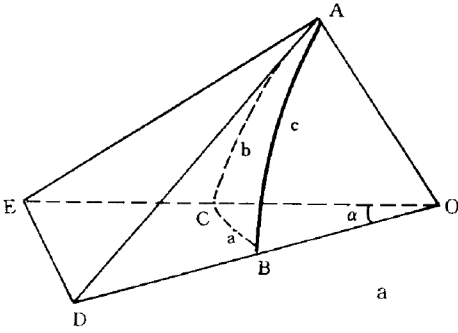


图 3a 球面三角形的余弦定理推导示意图

Fig. 3a The cosine theorem deducing scheme for spherical triangular

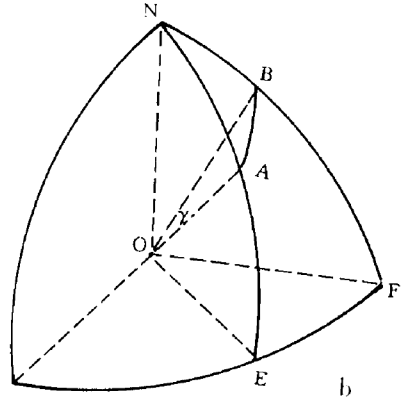


图 3b 地球球面上  $A$ 、 $B$  两点之间的位移示意图

Fig. 3b The displacement between  $A$  and  $B$  on earth sphere

在图 3b 中,  $ON = OA = OB = OE = OF = R$ ,  $\angle NOA = 90^\circ - \varphi_A$ ,  $\angle NOB = 90^\circ - \varphi_B$ ,  $\angle N = \angle EOF = \lambda_B - \lambda_A = \Delta\lambda$ ,  $\gamma = \angle AOB$ ,  $\angle A =$  球面角  $NAB$ .

由球面三角形  $NAB$  的余弦定理(见式(18)):

$$\begin{aligned} \cos\gamma &= \cos(90^\circ - \varphi_A)\cos(90^\circ - \varphi_B) + \sin(90^\circ - \varphi_A)\sin(90^\circ - \varphi_B)\cos\Delta\lambda \\ &= \sin\varphi_A\sin\varphi_B + \cos\varphi_A\cos\varphi_B\cos\Delta\lambda \end{aligned} \quad (22)$$

$$\gamma = \cos^{-1}[\sin\varphi_A\sin\varphi_B + \cos\varphi_A\cos\varphi_B\cos\Delta\lambda] \quad (23)$$

且  $AB = r\gamma$ , 则风速

$$fff = r\gamma/\Delta t \quad (24)$$

$\Delta t$  为第二张图扫描到  $B$  点的时间与第一张图扫描到  $A$  点的时间之差. 再由球面三角形  $ABN$  的余弦定理:

$$\begin{aligned} \cos(90^\circ - \varphi_B) &= \cos\gamma\cos(90^\circ - \varphi_A) + \sin\gamma\sin(90^\circ - \varphi_A)\cos A \\ \cos A &= (\sin\varphi_B - \cos\gamma\sin\varphi_A)/(\sin\gamma\cos\varphi_A) \\ A &= \cos^{-1}[(\sin\varphi_B - \cos\gamma\sin\varphi_A)/(\sin\gamma\cos\varphi_A)] \end{aligned} \quad (25)$$

若  $\lambda_B > \lambda_A$ , 则风向

$$DD = A \quad (26)$$

若  $\lambda_B < \lambda_A$ , 则风向

$$DD = 360^\circ - A \quad (27)$$

## 3 结语

通过对图像匹配和风矢量计算问题的仔细分析, 本文得到了计算工作量少且精度较

高的云迹风计算公式.

致谢: 王景荣在常规资料方面做了许多工作, 张安东、戚丽军提供了硬件支持, 蔡娟打印了所有的文稿. 在此一并致谢.

### 参考文献

- 1 Leese J A and Novak C S. An automated technique for obtaining cloud motion from geosynchronous satellite data using cross correlation. *J. Appl. Meteor.*, 1971, **10**: 118~132.
- 2 Menzel W P, Smith W L and Stewart T R. Improved cloud motion wind vector and altitude assignment using VAS. *J Appl. Meteor.*, 1983, **22**. 377~384.
- 3 Meteorological Satellite Center. The GMS Users Guide. 1989, 37~54.
- 4 Schmetz J, Holmlund K, Hoffman J and Strauss B. Operational cloud motion winds from meteosat Infrared images. *J. Appl. Meteor.*, 1993, **32**: 1206~1225.

## TWO GEOMETRICAL PROBLEMS IN CLOUD MOTION WIND ALGORITHM

Xu Jianmin Zhang Qisong Wang Dachang Fan Changyao  
(National Satellite Meteorological Center, Beijing 100081)

### Abstract

Mapping correction and wind vector calculation in cloud motion wind algorithm were discussed. If geographical matching between images is not accurate, mapping correction can amend systematic errors caused by satellite movement relative to the earth. Wind vector calculation based on an ellipsoidal earth was also described. The formulas for wind vector calculation are simple and accurate. Cloud motion wind calculation is essentially a geometrical issue. Careful consideration at geometric issue is an important approach to error reduction.

**Key words:** Meteorological satellite; Parameter extraction; Cloud motion winds.