

# 寻找相似天气过程的一种数学模型

刘景涛 高涛 康玲\*

(内蒙古气象台, 呼和浩特 010051)

## 提 要

该文介绍了一种寻找相似天气过程的数学模型, 利用 Saaty 论述的方法<sup>[1]</sup>构造判别矩阵进行判别, 从而计算出相似排序及相似度. 该方法在 3 年多的预报业务中应用, 效果良好.

关键词: 相似技术; 数学模型; 预报试验.

## 引 言

寻找相似的历史降水过程作为预报参考, 是天气预报业务中使用的技术方法之一. 即使在各种新技术方法(如数值预报、卫星云图等)广泛使用的今天, 相似方法在业务预报中仍然有其重要的参考价值. 然而, 在实时预报业务中由预报员从浩瀚的历史资料中寻找与实时天气过程最相似的历史过程是相当困难的, 既费时又缺乏客观性. 随着计算机技术的发展, 由计算机来实现这一技术方法已成为可能. 本文设计了一种数学模型及能在计算机上实现的相应算法, 利用 Saaty 论述的方法<sup>[1]</sup>构造判别矩阵进行相似判别, 计算出实时天气图与历史资料库中天气图的相似排序及相似度, 以最大相似度的历史过程作为最佳相似过程, 成为实时预报的重要参考依据, 经业务预报试验证明效果良好.

## 1 数学模型及算法

### 1.1 数据前期处理

首先根据预报区域的地理位置和天气气候特点, 选定天气图上的计算区域, 然后确定该区域内参加计算的测站; 再从历史数据库中将该区域内每个历史个例 500 hPa、700 hPa 和 850 hPa 3 层的入选站高度场、温度场、湿度场、风场(风向、风速)数据选出; 同时将实时资料中相同区域内 3 层的入选测站相应气象要素数据选出.

对每一层的数据, 设  $M$  为历史个例数,  $N$  为计算区域内入选站个数,  $K$  为气象要素个数. 历史个例数据矩阵的形式为:

\* 司瑶冰、马清霞、革力、高建国同志参加了本文的资料整理工作.

1995-05-08 收到, 1995-08-09 收到修改稿.

$$X^{(k)} = \begin{bmatrix} x_{11}^{(k)} & x_{12}^{(k)} & \cdots & x_{1N}^{(k)} \\ x_{21}^{(k)} & x_{22}^{(k)} & \cdots & x_{2N}^{(k)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{M1}^{(k)} & x_{M2}^{(k)} & \cdots & x_{MN}^{(k)} \end{bmatrix}$$

筛选后的实时数据形式为：

$$X_0^{(k)} = (x_{01}^{(k)}, x_{02}^{(k)}, \dots, x_{0N}^{(k)})$$

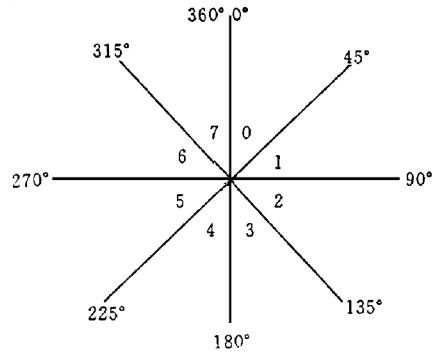
对于标量场，令：

$$b_{ij}^{(k)} = |x_{ij}^{(k)} - x_{0j}^{(k)}|$$

$$(i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K)$$

生成的矩阵记为  $B_{M \times N}^{(k)}$ .

对于矢量场中的风向值，为了便于计算和统一数量级，对其进行了模糊处理，采用八链码来表示风向值. 设  $D = (d_1, d_2, \dots, d_N)$  为某一历史个例(或第  $i$  个历史个例)某层的风向数据,  $D_0 = (d_{01}, d_{02}, \dots, d_{0N})$  为实时资料同一层风向数据. 将  $D$ 、 $D_0$  用八链码表示, 即风向落入第几链区就用该链区的代码表示该风向值, 图 1 为风向八链码表示示意图. 表示后的风向值记为：



$$E = (e_1, e_2, \dots, e_N)$$

$$E_0 = (e_{01}, e_{02}, \dots, e_{0N})$$

图 1 八链码表示风向示意图

Fig.1 The diagram of wind direction octant

此时相对的两个链区实时与历史个例的风向

值差为  $|e_j - e_{0j}| = 4$ , 记  $b_{ij}^{(k)} = 4 (i = 1, 2, \dots, M, j = 1, 2, \dots, N, k = 4 \text{ 表示风向要素})$ . 相隔两个链区的风向值差为  $|e_j - e_{0j}| = 5$  或  $|e_j - e_{0j}| = 3$ , 记  $b_{ij}^{(k)} = 3$ . 相隔一个链区的风向值差为  $|e_j - e_{0j}| = 6$  或  $|e_j - e_{0j}| = 2$ , 记  $b_{ij}^{(k)} = 2$ . 相邻两个链区的风向值差为  $|e_j - e_{0j}| = 7$  或  $|e_j - e_{0j}| = 1$ , 记  $b_{ij}^{(k)} = 1$ . 同一链区内的风向值差为  $|e_j - e_{0j}| = 0$ , 记  $b_{ij}^{(k)} = 0$ .

### 1.2 相似矩阵的确定

对上述矩阵  $B_{M \times N}^{(k)}$ , 记列均值为：

$$\bar{b}_j^{(k)} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M b_{ij}^{(k)} \quad (j, k \text{ 变化同前})$$

列标准差为：

$$S_j = \sqrt{\sum_{i=1}^M (b_{ij}^{(k)} - \bar{b}_j^{(k)})^2}$$

定义相似系数为：

$$r_i^{(k)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \exp[-\frac{3}{4} (b_{ij}^{(k)} / S_j^{(k)})^2] \quad (i, k \text{ 同前})$$

得矩阵  $C_{M \times K}$ , 其中  $C_{ik} = r_i^{(k)}$ , 并且有  $0 < C_{ik} \leq 1$ . 我们称  $C$  为所有历史个例相对于实时个例的相似矩阵. 设各气象要素的权重为  $R = (R_1, R_2, \dots, R_K)$ , 对矩阵  $C$  的每一列赋以

权重  $R$ , 赋权后的矩阵仍记为  $C$ .

### 1.3 相似判别

利用 Saaty<sup>[1]</sup> 论述的方法构造判别矩阵  $A_{K \times K}$ , 要求  $A$  中元素  $a_{kk} = 1, 1 < a_{kl} < 5, a_{lk} = 1/a_{kl}$ , 此处我们取:

$$a_{kl} = \left[ 1 + \frac{(l-k) \times 4}{K-k} \right]^{\frac{1}{K-k}}$$

$$(k, l = 1, 2, \dots, K)$$

令:

$$\bar{W}_k = \left( \prod_{l=1}^K a_{kl} \right)^{\frac{1}{K}}$$

$$W_k = \frac{\bar{W}_k}{\sum_{k=1}^K \bar{W}_k}$$

定义判别矩阵  $A$  的判别变量为:

$$SJ = \frac{1}{K-1} \left[ \frac{\sum_{l=1}^k (AW^T)_k}{KW_l} - K \right]$$

其中  $(AW^T)_k$  表示矩阵  $AW^T$  的第  $k$  行,  $W^T$  表示  $W$  的转置矩阵.

$$AW^T = A \cdot \begin{pmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^K a_{1k} \cdot W_k \\ \sum_{k=1}^K a_{2k} \cdot W_k \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^K a_{Kk} \cdot W_k \end{pmatrix}$$

若  $SJ < 0.1$  成立, 则认为  $A$  的构造成功, 否则修改  $A$  直至  $SJ < 0.1$  成立为止. 设  $\lambda = 0.5$  为一判别数, 对矩阵  $C$  的每一列建立下列优先关系矩阵  $P^{(1)}, P^{(2)}, \dots, P^{(k)}$ , 其中:

$$p_{ih}^{(k)} = \begin{cases} 1 & (c_i - c_h \geq \lambda) \\ 0.5 & (c_i - c_h < \lambda) \end{cases}$$

$$(i, h = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, K)$$

令:

$$\sigma_{ih} = \sum_{k=1}^K W_k p_{ih}^{(k)}$$

得优先秩序矩阵  $\sigma_{M \times M}$ , 对该矩阵的行向量从大到小排序, 得历史与实时个例的相似性序关系.

令:

$$RS_i = \sum_{h=1}^M \sigma_{ih} \quad (i = 1, 2, \dots, M)$$

则相似度为:  $SS_i = RS_i \times 100 / (M-1)$ . 图 2 给出了计算方法流程图.

## 2 预报业务试验和计算实例

本数学模型研制完成后，即在夏季暴雨和冬季大雪短期预报中进行业务试验。针对内蒙古中西部地区的降水预报，我们选定的预报区域是  $30^{\circ}\sim 45^{\circ}\text{N}$ ， $100^{\circ}\sim 120^{\circ}\text{E}$ ，在该区域内选择了 35 个测站参加计算，用上述方法选择相似历史过程。历史数据库中存放了 1979~1989 年 42 个降水过程(21 个暴雨过程，21 个大雪过程)，其中每个个例数据包括实况出现前 48、36、24 和 12 h 以及当日 08 时、20 时的探空数据。预报业务试验结果指出：① 在 1990 年和 1991 年寻找的 8 对最佳暴雨相似过程中，以 500 hPa 各要素场分布的相似性最好，700 hPa 次之，850 hPa 差些，这可能是由于低层受地形影响要素场分布不规则所致；② 在 8 对暴雨相似过程中，其中 6 对雨区分布和雨量相似性较好，1 对雨量最大区位置偏离较大，另 1 对雨量相差 1~2 个量级；③ 在 1991 年 2~3 月寻找了 2 对最佳大雪相似过程中，500 hPa、700 hPa、850 hPa 3 层各要素场分布均较相似，大雪区分布相似性也较好。上述预报业务试验结果表明：应用该数学模型寻找相似天气过程效果良好，在 3 层形势场相似选择中，高层比低层相似性好；在暴雨和大

雪相似过程选择中，对大雪的预报效果比对暴雨的预报效果更佳。下面给出 1990 年 8 月 27 日 08 时相似计算结果(表 1)，从表中可以看出以 1985 年 8 月 24 日 08 时的相似度最

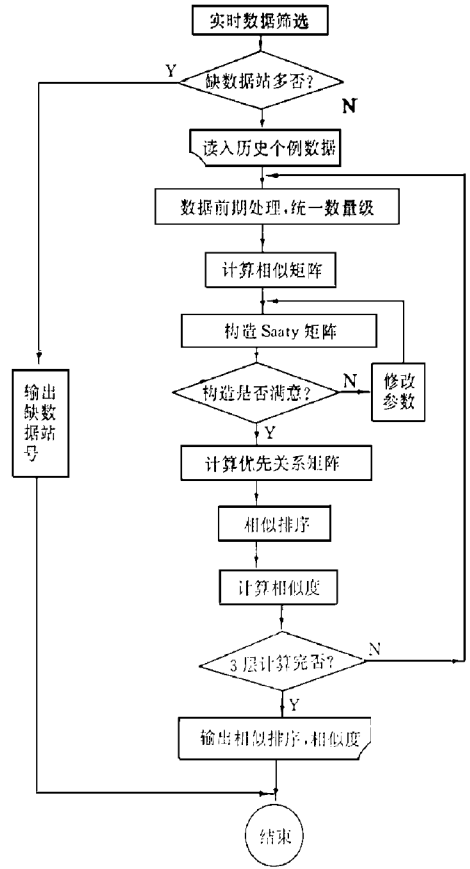


图 2 计算方法流程图

Fig. 2 The flow chart for computational process

表 1 相似计算结果

Table 1 The results of analogous calculation

| 序号 | 500 hPa    |     | 700 hPa    |     | 850 hPa    |     |
|----|------------|-----|------------|-----|------------|-----|
|    | 日期         | 相似度 | 日期         | 相似度 | 日期         | 相似度 |
| 1  | 1985-08-24 | 98  | 1985-08-24 | 92  | 1985-08-24 | 89  |
| 2  | 1981-07-06 | 83  | 1985-08-22 | 84  | 1985-08-22 | 80  |
| 3  | 1979-08-11 | 80  | 1985-07-29 | 61  | 1984-08-26 | 73  |
| 4  | 1984-08-18 | 69  | 1982-07-29 | 60  | 1984-08-18 | 68  |
| 5  | 1985-08-22 | 68  | 1984-08-18 | 60  | 1984-08-17 | 62  |

注：只列出前 5 个相似计算结果，均为 08 时资料计算。

大, 被选为最佳相似个例.

图 3a、b 是 1990 年 8 月 27 日 08 时(北京时)500 hPa、700 hPa 的天气形势图. 图 4a、b 是 1985 年 8 月 24 日 08 时(北京时)500 hPa、700 hPa 的天气形势图.

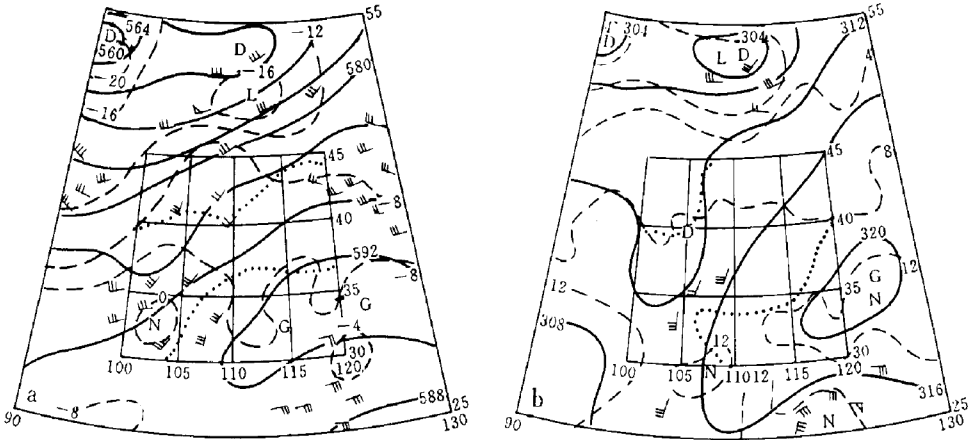


图 3 1990 年 8 月 27 日 08 时形势图(北京时) (a) 500 hPa (b) 700 hPa(实线: 等高线, 虚线: 等温线, 点线区:  $T - T_0 \leq 4$ )

Fig. 3 The pattern chart at 08 : 00, 27 Aug. 1990 (BT) (a) 500 hPa (b) 700 hPa (solid line; contour, dashed line; isotherm, dotted area;  $T - T_0 \leq 4$ )

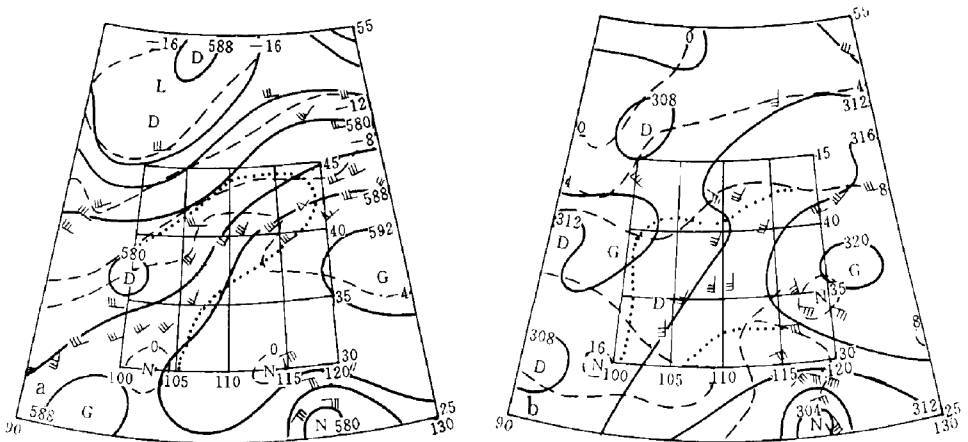


图 4 1985 年 8 月 24 日 08 时形势图(北京时) (a) 500 hPa (b) 700 hPa

Fig. 4 As in Fig. 3, But for 24 Aug. 1985 (BT)

由形势图可以看出 1990 年 8 月 27 日 08 时与 1985 年 8 月 24 日 08 时 500、700 hPa 高度场、温度场、湿度场和风场在计算范围内均很相似, 几个与降水关系密切的大尺度环流系统, 如西太平洋副高、台风环流及西风槽位置亦很相似, 特别是副高西缘的西南

气流相当一致. 图 5a、b 是这两次降水过程的降水实况. 从图中看出, 这两个过程计算时次后 12~24 h(即 20 时~20 时), 降水的中心位置及强度较相近, 雨量在 30 mm 以上的区域都集中在呼和浩特市附近.

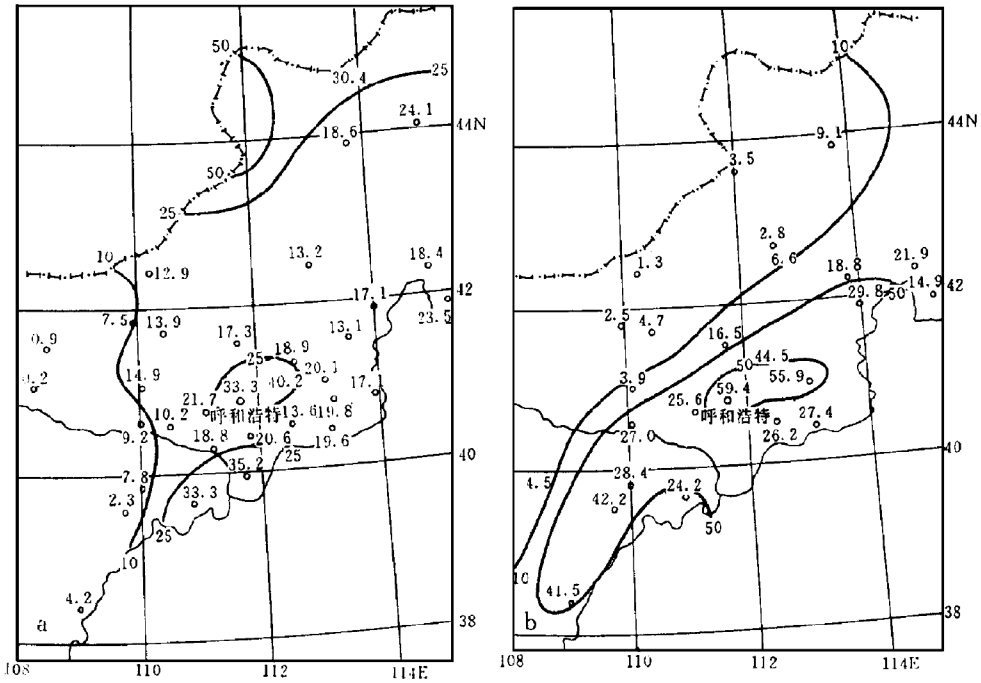


图 5 降水实况图 (a) 1990 年 8 月 27 日 20 时~28 日 20 时 (b) 1985 年 8 月 24 日 20 时~25 日 20 时(北京时间)

Fig. 5 The distribution of 24 h precipitation (a) 1990-08-27-20 : 00~28-20 : 00 (b) 1985-08-24-20 : 00 ~25-20 : 00 (BT)

### 3 结 语

(1) 寻找相似过程的数学模型及其在计算机上的实现于 1990 年完成后, 即在预报业务中应用, 并取得了比较满意的结果. 计算的全部过程在 386 微机上运行约 3 分钟. 该方法不仅适于降水相似选择计算, 也可用于大风、寒潮等天气的相似选择.

(2) 相似排序表示了实时天气图与历史天气图的相似排序, 只表示了一种序关系. 在优先排序的同时, 计算了相似度, 预报人员可根据相似度值的大小判别是否作为最佳相似个例.

(3) 计算区域的选择可根据预报区域的地理位置及天气气候特点选取, 选定计算区域后可选择区域内参加计算的测站, 根据这些测站筛选实时和历史资料.

(4) 在计算机上实现的计算方法仍有待于进一步优化.

## 参考文献

- 1 Saaty T L. Hierarchies, Reciprocal Matrices and Ratio Scales, Discrete and System Model. New York, Springer Verlag, 1983.
- 2 帕夫利迪斯 T. 计算机图形显示和图像处理的算法(吴成柯译). 北京: 科学出版社, 1987.
- 3 汪培庄. 模糊集合论及其应用. 上海: 上海科技出版社, 1983.
- 4 张圣华. C语言数值算法. 北京: 海洋出版社, 1993.

## A MATHEMATICAL MODEL FOR SEARCHING ANALOGUE WEATHER PROCESS

Liu Jingtao    Gao Tao    Kang Ling

(*Meteorological Bureau of Inner Mongolia, Hohhot 010051*)

### Abstract

A new mathematical model is developed for searching the analogue weather process, in which the discriminant matrix is made by means of Saaty method. By using the matrix to discriminante, the analogue order and analogue degree are calculated. This mathematical method has been proved to be very useful in the operational weather forecast for the past 3 years.

**Key words:** Analogue techniques; Mathematical model; Forecast test.