

垂直切变基流中东西向地形对惯性重力波稳定性的影响*

吴 洪 林锦瑞

(北京气象学院, 北京 100081)

提 要

利用分层浅水波方程和小参数(WKB)方法, 考虑具有垂直切变的基流和地形的作用, 求得惯性重力波的局地频率方程, 并根据此方程分析讨论了在多种环境条件下波动的稳定性情况.

关键词: 惯性重力波 稳定性 垂直切变 地形作用

大气中的惯性重力波在适当的条件下可以触化积云对流, 从而导致出现暴雨、强对流等灾害性天气. 许多作者^[1~3]先后讨论了大气层结、风切变对惯性重力波的影响. 吕克利^[4]分析了东西向山脉对波动稳定性的影响, 但未考虑具有垂直切变的基流作用. 故本文欲对此进行分析讨论.

1 基本方程

为简单起见, 将大气分为两层. 上、下层大气的密度和基本气流分别为 ρ_1 、 \bar{u}_1 和 ρ_2 、 \bar{u}_2 ; 地形高度 $z=h_s(y)$, 即东西向均匀. 则描述下层大气运动的方程组可写为:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - fv = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + fu = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial h}{\partial x} + u \frac{\partial(H_2 + h - h_s)}{\partial x} + v \frac{\partial(H_2 + h - h_s)}{\partial y} + (H_2 + h - h_s) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \\ p = \rho_1 g(H_1 - H_2 - h) + \rho_2 g(H_2 + h - z) \end{cases} \quad (1)$$

方程组(1)中的符号为气象上常用的符号. 假设上、下层大气中的基本气流满足地转关系:

$$\begin{cases} \bar{u}_1 = -\frac{g}{f} \frac{\partial H_1}{\partial y} \\ \bar{v}_1 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

* 由中国轻工总会 85601-01-01 项目资助.
1995-12-26 收到, 1996-05-29 收到修改稿.

和

$$\begin{cases} \frac{g}{\rho_2} [\rho_1 \frac{\partial H_1}{\partial y} + (\rho_2 - \rho_1) \frac{\partial H_2}{\partial y}] = -f\bar{u}_2 \\ \frac{g}{\rho_2} [\rho_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + (\rho_2 - \rho_1) \frac{\partial H_2}{\partial x}] = 0 \end{cases} \quad (3)$$

由式(2)和(3)可得:

$$\begin{cases} \frac{\partial H_2}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial H_2}{\partial y} = \frac{f}{g^*} \times \frac{\rho_1 \bar{u}_1 - \rho_2 \bar{u}_2}{\rho_2} \end{cases} \quad (4)$$

其中 $g^* = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \cdot g$ 为约化重力。

令

$$\begin{cases} u = \bar{u}_2 + u' \\ v = v' \end{cases}$$

将方程组(1)线性化后得(略去'号):

$$\begin{cases} (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x})u - fv = -g^* \frac{\partial h}{\partial x} \\ (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x})v + fu = -g^* \frac{\partial h}{\partial y} \\ (\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x})h + \beta v + H(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) \end{cases} \quad (5)$$

其中

$$\begin{cases} H = H_2 - h, \\ \beta = \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial H_2}{\partial y} - \frac{dh_s}{dy} \\ \alpha = \frac{dh_s}{dy} \quad \text{为地形坡度} \end{cases}$$

方程组(5)中消去 u, v , 并设 $h = h' \cdot e^{-\int \alpha dy}$, 化简后得(略去'号):

$$(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x}) [(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}_2 \frac{\partial}{\partial x})^2 + f^2 - g^* H \nabla^2 - \frac{g^* \beta^2}{4H}] h + g^* f \beta \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

若不考虑基本气流($\bar{u}_2=0$)和地形($\alpha=0$)的作用, 方程(6)则蜕化为一般的惯性重力波方程:

$$(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + f^2 - g^* H \nabla^2) h = 0 \quad (7)$$

2 频率方程

设方程(6)有以下的形式解:

$$h = A(X, Y, T) e^{i\theta(x, y, t)} \quad (8)$$

其中: $(X, Y, T) = \varepsilon \cdot (x, y, t)$ 分别为空间和时间的缓变量, ε 为小参数; $A(X, Y, T)$ 为振幅, $\theta(x, y, t)$ 为波动的位相函数, 它与局地波数和圆频率之间的关系为:

$$k = \frac{\partial \theta}{\partial x}, \quad m = \frac{\partial \theta}{\partial y}, \quad \omega = -\frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (9)$$

利用WKB方法,将A展开:

$$A = A_0 + \epsilon A_1 + \epsilon^2 A_2 + \dots \quad (10)$$

将式(8)、(10)代入方程(6)中,并利用式(9)的关系,取 ϵ 的零级近似,合并化简得:

$$(\omega - k\bar{u}_2)^3 - (\omega - k\bar{u}_2)(f^2 + g^*HK^2 - \frac{g^*\beta^2}{4H}) + g^*f\beta k = 0 \quad (11)$$

上式为局地频率方程. 其中 $K^2 = k^2 + m^2$.

令

$$\begin{cases} \omega_0 = \omega - k \cdot \bar{u}_2 & \text{为 Doppler 频率} \\ \omega_1 = f^2 + g^*H K^2 - \frac{g^*\beta^2}{4H} \end{cases}$$

则方程(11)又可写成:

$$\omega_0^3 - \omega_1\omega_0 + g^*f\beta k = 0 \quad (12)$$

对于频率较低的波动,局地圆频率近似为

$$\omega = k\bar{u}_2 + g^*f\beta k / (f^2 + g^*HK^2 - \frac{g^*\beta^2}{4H})$$

而频率较高的波动,方程(11)近似为:

$$\begin{cases} \omega_1 = K \cdot \bar{u}_2 \\ \omega_{2,3} = k\bar{u}_2 \pm \sqrt{f^2 + g^*HK^2 - \frac{g^*\beta^2}{4H}} \end{cases}$$

3 稳定性分析

根据代数理论,若 $\frac{1}{4}(g^*f\beta k)^2 > \frac{1}{27}\omega_1^3$ 时,频率方程(11)具有一个实根和二个共轭复根,即波动是不稳定的;反之,则 ω_0 具有3个实根,波动稳定. 因此,此时惯性重力波稳定度判据为:

$$\frac{1}{4}(g^*f\beta k)^2 - \frac{1}{27}(f^2 + g^*HK^2 - \frac{g^*\beta^2}{4H})^3 \begin{cases} \leq 0 & \text{稳定} \\ > 0 & \text{不稳定} \end{cases} \quad (13)$$

当

$$\beta = \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial H_2}{\partial y} - \frac{dh_1}{dy} = \frac{f}{g^*} \cdot \frac{\rho_1\bar{u}_1 - \rho_2\bar{u}_2}{\rho_2} - \alpha \quad (14)$$

且设

$$\begin{cases} 2\rho = \rho_1 + \rho_2 \\ \Delta\rho = \rho_2 - \rho_1 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2\bar{u} = \bar{u}_1 + \bar{u}_2 \\ \Delta\bar{u} = \bar{u}_1 - \bar{u}_2 \end{cases} \quad (15)$$

由式(15)可求得:

$$\beta = \frac{f}{g^*} (\rho \cdot \frac{\Delta\bar{u}}{\Delta\rho} - \bar{u}) - \alpha = \frac{f}{g^*} \cdot \rho \cdot \frac{\Delta\bar{u}}{\Delta\rho} - (\frac{f}{g^*}\bar{u} + \alpha) \quad (16)$$

则可得惯性重力波不稳定判据为:

$$f^2 + g^*HK^2 \leq \frac{g^*}{4H} \left[\frac{f}{g^*} \rho \cdot \frac{\Delta\bar{u}}{\Delta\rho} - (\frac{f}{g^*}\bar{u} + \alpha) \right]^2 \quad (17)$$

由上式可知,影响惯性重力波不稳定的因子有基本气流(\bar{u})、基流的垂直切变($\Delta\bar{u}$)和地形(α). 各项因子的作用:

(1) 在西风基流($\bar{u} > 0$)中, 若 $\frac{\rho}{\Delta\rho} \Delta\bar{u} - \bar{u} > 0$ 时, 垂直切变越强, 越有利于波动不稳定; 垂直切变越弱, 波动越稳定; 地形的北坡($\alpha < 0$)有利于波动不稳定, 南坡($\alpha > 0$)则抑制波动不稳定. 因此, 一般在高空急流附近, 较容易出现暴雨或强对流天气. 若 $\frac{\rho}{\Delta\rho} (\bar{u}_1 - \bar{u}_2) - \bar{u} < 0$ 时, 垂直切变越弱, 越有利于惯性重力波出现不稳定; 切变越强, 则抑制波动不稳定的发生. 山脉的南坡有利于波动不稳定, 而北坡有利于波动稳定. 这似乎可解释京津冀的平原地区有时并无高空急流, 但却出现冰雹等强对流天气的原因^[5].

(2) 在东风基流($\bar{u} < 0$)中, 若 $\frac{\rho}{\Delta\rho} \Delta\bar{u} - \bar{u} > 0$, 切变越弱, 有利于波动不稳定; 垂直切变越强, 则有利于波动稳定; 山脉的北坡利于波动不稳定, 而南坡抑制波动不稳定. 若 $\frac{\rho}{\Delta\rho} \Delta\bar{u} - \bar{u} < 0$ 时, 垂直切变越强, 抑制波动不稳定的发生; 垂直切变越弱, 有利于出现波动不稳定; 南坡有利于波动不稳定, 北坡有利于波动稳定.

(3) 若不考虑垂直切变的作用($\bar{u}_1 = 0$), 则 $\beta = -\frac{f}{g} \bar{u}_2 - \alpha$, 波动稳定性的结论与文献^[4]一致.

作为估计, 取 $(\rho_2 - \rho_1) / \rho_2 = 0.025$, $H = 1500$ m, $g \cdot H \approx 400$ m² · s⁻², $f = 1.0465 \times 10^{-4}$ s⁻¹, $K = 1 \times 10^{-5}$ m⁻¹, $\bar{u} = 20$ m · s⁻¹, 图1给出了临界地形坡度随基流垂直切变的变化.

4 小结

本文采用一简单的分层浅水波模式, 考虑具有垂直切变的基流、东西走向的地形, 运用WKB方法, 求得惯性重力波的局地频率方程, 并由此讨论了在多种环境条件之下波动的稳定性情况.

当然, 这只是从某一方面分析了惯性重力波的特征, 但实际大气中惯性重力波的变化是复杂的, 全面的认识有待进一步研究.

参考文献

- 1 巢纪平. 非均匀层结大气中的重力惯性波及其在暴雨预报中的初步应用. 大气科学, 1980, 4(2): 230~235.
- 2 贺海晏, 吴池胜, 漆小平. 切变流场中惯性重力内波的发展. 热带气象, 1990, 6(2): 203~209.
- 3 吴池胜. 层结大气中重力惯性波的发展. 大气科学, 1990, 14(3): 379~383.
- 4 吕克利. 地形对低空地转气流上重力惯性波稳定性的影响. 大气科学, 1986, 10(2): 220~224.
- 5 吴洪. "5.16"北京地区强对流天气特征的分析. 北京气象学院学报, 1995, (1): 34~37.

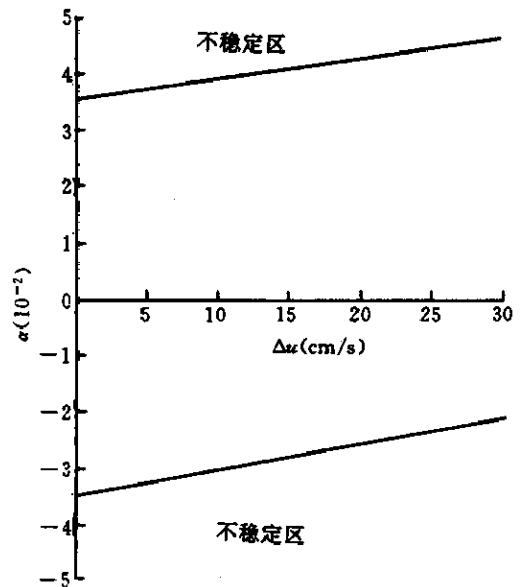


图1 临界地形坡度

THE EFFECT OF TOPOGRAPHIC FORCING ON THE INSTABILITY OF INERTIA GRAVITATIONAL WAVES IN BASIC FLOW OF VERTICAL SHEAR

Wu Hong Lin Jinrui

(Beijing Institute of Meteorology, Beijing 100081)

Abstract

By using the shallow-water wave equation and WKB method (small parameter method), the local frequency equation of the inertia gravitational waves is obtained, which includes the effects of the basic flow with vertical shear and the mountain range with east-west direction. The instability of the waves is discussed through the equation under different environment conditions.

Key words: Inertia gravitational wave Instability Vertical shear Topographic forcing

中国地区大气臭氧变化及其对气候环境的 影响学术交流会在京召开

1997年2月25~27日,召开了国家自然科学基金资助重大项目“中国地区大气臭氧变化及其对气候环境的影响”学术研讨会。来自中国气象科学研究院、北京大学环境科学中心及地球物理系、国家气候中心、中国科学院环境生态研究中心、中国科学院大气物理研究所、中国科学院化学所等单位的科学家约40人出席了这次会议。

本次会议交流论文36篇,内容十分丰富,反映了该课题在1996年取得的主要成果,即:利用BREWER资料反演臭氧廓线分布,并与臭氧探空资料进行对比,建立了Windows环境下的臭氧资料库;对于临安、青岛、龙凤山、瓦里关等臭氧观测站的数据进行分析研究;建立了测定土壤痕量气体净排放通量的流通室方法;建立了 $1^{\circ}\times 1^{\circ}$ 网格的全国HC天然排放量分布图并创建了计算机显示系统;研究卤化物在细颗粒物Puralox表面上的粘着系数与气体流速的关系;进行了多种酮和乙酰基、丙酰基紫外光解的研究;发展了二维全球纬向平均的光化学模式;运用欧洲中心资料和1995年青藏高原探空资料系统分析了青藏高原地区流场的季节变化特征;建立了全球平均臭氧总量损耗的普遍方程;运用美国实验资料对我国气候环境及农作物生态影响进行了新的评估。

(刘品)