

甘肃省河东地区伏旱的小波分析*

张存杰 董安祥 白虎志 张焕儒

(甘肃省气候资料中心, 兰州 730020)

提 要

该文阐述了小波变换的基本思路和优点, 并对甘肃省河东地区 1951~1995 年伏期干旱强度指数分别用墨西哥帽型小波和 Haar 型小波进行了分析. 结果表明, 甘肃省河东地区的伏旱由不同尺度的振荡构成, 中部地区的伏旱准 19 年的振荡周期较明显, 有 2 个上升和 2 个下降阶段; 陇东和陇南地区准 22 年和准 10 年的振荡周期较明显, 有 1 个上升和 2 个下降阶段. 对原时间序列进行了不同尺度的重构, 说明小波分析可以用于滤波.

关键词: 伏旱强度指数 小波分析 振荡周期

引 言

近年来小波分析被广泛地应用于信号处理、地震勘探、湍流、雷达监控、非线性科学等领域^[1~3], 取得了丰硕的成果. 气象工作者也将这一方法用于气象资料的时间序列分析. 卞维林等对上海气温^[4]、戴新刚等对“5.5”黑风暴^[5]都曾进行了小波分析. 本文用小波分析的方法分析了甘肃省河东地区 1951~1995 年伏期干旱在不同时间尺度上的结构及其特性, 以期找到甘肃省伏旱的历史演变规律.

1 小波变换的优点

傅里叶分析的本质在于将一个相当任意的函数 $f(x)$ 表示为一族标准函数 $\{e^{i\omega x} | \omega \in R\}$ 的加权求和:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) e^{i\omega x} d\omega \quad (1)$$

其中权函数:

$$g(\omega) = f^*(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx \quad (2)$$

式(2)便是原函数 $f(x)$ 的傅里叶变换. 我们将对原函数 $f(x)$ 的研究转化为对系数即其傅

* 国家科委重中之重 96-908-05-03 课题资助.
1997-04-01 收到, 1997-06-24 收到修改稿.

里叶变换 $f^*(\omega)$ 的研究. 因此, 经典的傅里叶分析是一种纯粹的频域分析, 但是在时(空)域没有任何的分辨, 即变换 $f^*(\omega)$ 在任何有限频段上的信息都不足以确定在任意小范围内的原函数 $f(x)$. 例如, 对北半球 500 hPa 上某纬圈的高度廓线作傅里叶分析, 可以得到某些波数(或频率)范围的谐波, 但它们不能反映出廓线的局部空间特征, 如槽脊的实际位置和强度, 这给应用带来许多不便.

为了克服这一缺陷, Gabor^[6]于 1946 年引入了窗口傅里叶变换. 窗口傅里叶变换是一种时域和频域的分析, 在一定程度上对经典方法有了改进, 但它是窗口大小及形状均固定的局部化分析. 由于频率与周期成反比, 所以反映信号高频成分需要窄的时间窗口, 而反映信号低频成分需要宽的时间窗口. 窗口傅里叶变换不能满足这种要求.

小波变换发展了窗口傅里叶变换的局部化思想. 如果函数 $h(x)$ 满足:

$$c_h = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{h}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (3)$$

令:

$$h_{a,b}(x) = |a|^{-1/2} h\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (4)$$

则函数 $f(x) \{f(x) \in L^2(R)\}$ 的小波变换为:

$$\Psi_f(a, b) = c_h^{-1/2} |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) h^*\left(\frac{x-b}{a}\right) dx \quad (5)$$

相应的重构公式为:

$$f(x) = c_h^{-1/2} \iint_{R^2} \Psi_f(a, b) h_{a,b}(x) \frac{da db}{a^2} \quad (6)$$

式中 $h(x)$ 为小波母函数, 它具有衰减性和振荡性. 小波变换在时(空)域和频域上具有良好的局部化性质, 对不同的频率成分在时(空)域的取样步长是可调节的, 高频部分取样少, 低频部分取样多. 在这个意义上, 小波变换被誉为数学“显微镜”, 它可将气象资料时间(或空间)序列曲线分解成交织在一起的多尺度成分, 并对不同的尺度采用不同的取样步长, 从而能不断地聚焦到曲线的任意细节, 这是小波分析优于傅里叶分析之处.

小波变换中的小波母函数不是固定不变的, 而是根据所研究问题的特点进行选取或重新构造. 常用的小波母函数有: 墨西哥帽型、Haar 型、Gabor 型、法国帽型等等. 本文的分析选用墨西哥帽型小波函数:

$$h(x) = (1 - x^2) \exp(-x^2/2) \quad (7)$$

和 Haar 型小波函数:

$$h(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

2 伏旱强度指数

甘肃省的伏期干旱主要发生在黄河以东地区(简称河东), 影响较大的地区为陇东和

陇南. 旱段一般集中发生在7月中旬至8月中旬. 伏旱不仅会影响当年秋田作物的产量, 而且会影响到冬小麦的播种和生长. 我们根据甘肃省伏旱的特点设计了一个既能反映伏期降水多少, 又能反映旱段长度的伏旱强度指数, 其公式如下:

$$F_i = A \frac{D_i}{41} + B \frac{R_{\max} - R_i}{R_{\max}} \quad (9)$$

式中: i 代表任一年, D_i 代表某一年伏期最长旱段的持续天数, R_{\max} 代表伏期(7月中旬至8月中旬)4个旬降水量之和的历史最大值(1951~1995年), R_i 为某一年伏期4个旬降水量之和, A 和 B 为经验系数.

3 伏旱强度指数的小波分析

首先计算了甘肃省河东几个代表站(兰州、临夏、陇西、西峰、天水、文县)的伏旱强度指数, 由于兰州的伏旱演变特征与临夏、陇西的基本相似, 天水与西峰、文县的基本相似, 所以只给出兰州和天水伏旱强度指数(1951~1995年)的小波分析结果.

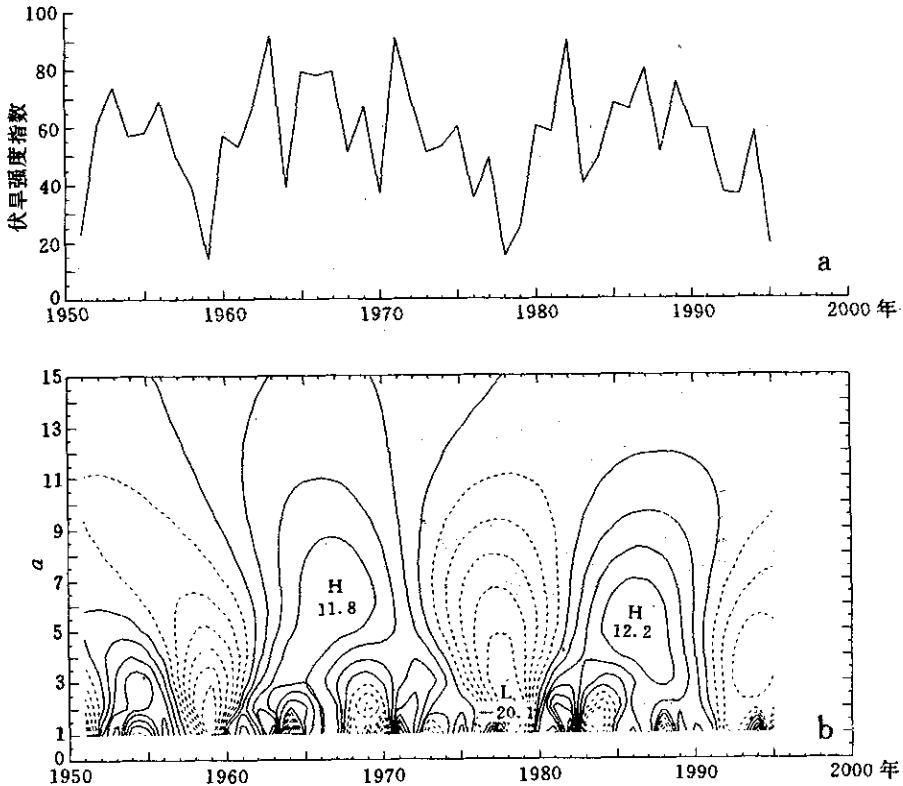


图1 兰州伏旱强度指数随时间的演变曲线(a)和墨西哥帽型小波变换结果(b)

3.1 墨西哥帽型小波变换

图1和图2分别为兰州和天水伏旱强度指数随时间的演变曲线和墨西哥帽型小波变

换的结果. 从原序列中几乎看不到什么规律, 但是经过小波变换之后, 可以清楚地看到伏旱强度指数的时间序列中蕴含着不同尺度的振荡. 随着伸缩因子 a 的增大(或减小)不同尺度的振荡被分离开来, 大的 a 值对应着大尺度的振荡, 小的 a 值对应着小尺度的振荡. 图中的符号反映了振荡的位相, 正(或负)中心值反映了不同尺度振荡的振幅最大值.

从图 1 b 可以看出, 兰州伏旱强度指数中包含着几种不同时间尺度的振荡, 其中 19 年左右的振荡最强, 其它振荡尺度较小, 而且不成规律. 兰州地区自 1951 年以来伏旱主要集中在 1961~1972 年和 1981~1990 年两个旱段, 自 1991 年以来处于不旱位相. 由于小尺度振荡的存在, 在一个大的旱段(或不旱段)中也会出现相反位相的振荡, 如 1964、1970、1983 年等. 但是, 历史上几个重伏旱年都出现在大的旱段中, 如 1963、1965、1966、1967、1971、1982、1987 年等.

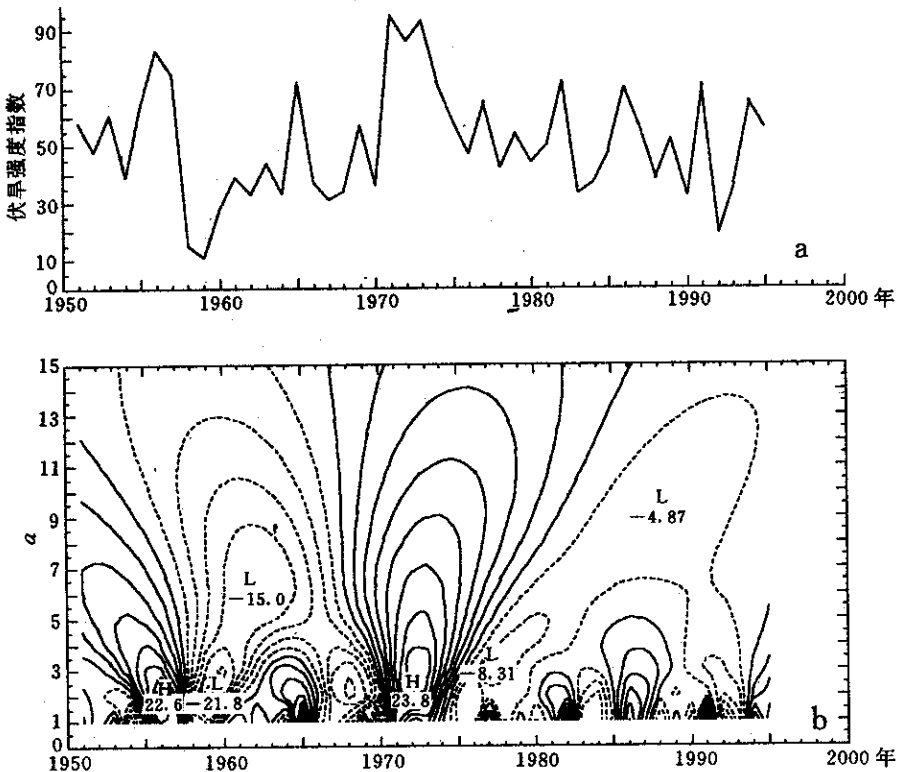


图 2 天水伏旱强度指数随时间的演变曲线(a)和墨西哥帽型小波变换结果(b)

从图 2 b 中也可以看到几个时间尺度的振荡, 其中 22 年左右的振荡最明显, 1980 年之前 10 年左右的振荡也较明显, 1980 年至 1990 年之间 4 年左右的振荡较明显, 1985 年以后 10 年左右的振荡也较明显. 1951 年以来主要旱段为 1951~1957 年和 1971~1982 年, 重伏旱年为 1956、1957、1971、1972、1973 年. 自 1994 年以来处于伏旱正位相, 目前正处于伏旱的多发时期.

太阳活动有 11 年和 22 年的准周期性,日-地-月相对运动的会合准周期为 19 年,人们也发现厄尔尼诺现象、西太平洋副热带高压的变化以及我国的旱涝也有 19 年的准周期性^[7],所以,甘肃河东地区的伏旱与天文背景的影响有关,与全球气候的变化也是分不开的。

3.2 Haar 型小波变换

图 3 和图 4 为兰州和天水伏旱强度指数 Haar 型小波变换的结果。从图中可以看出,Haar 型小波变换与墨西哥帽型小波变换不同,图中的正(或负)号反映了原序列的上升(或下降)的趋势,值的大小反映了升降趋势的剧烈程度,正(或负)值中心为升降最剧烈之处,零线代表升降趋势转化的“峰”点或“谷”点。

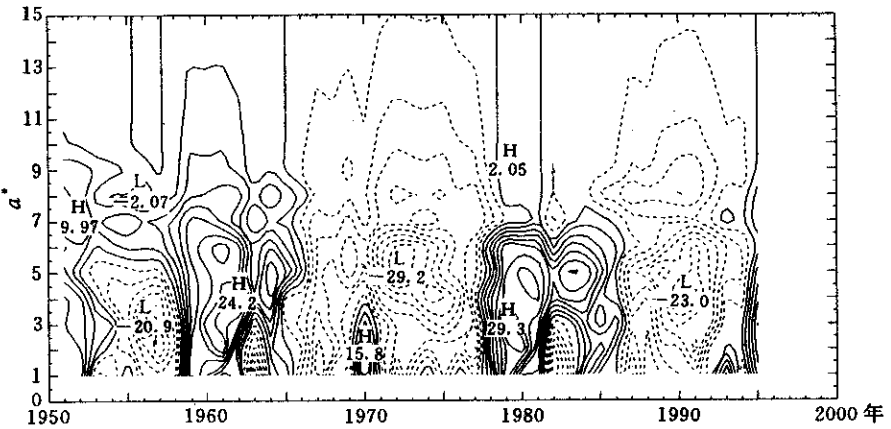


图 3 兰州伏旱强度指数 Haar 型小波变换结果

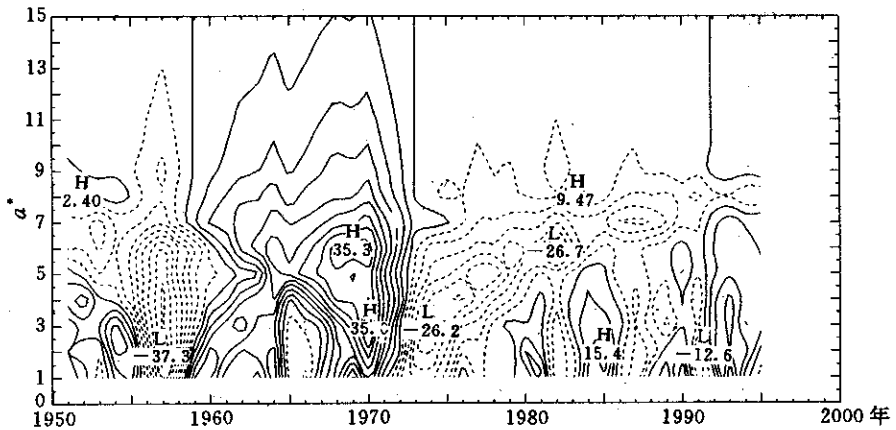


图 4 天水伏旱强度指数 Haar 型小波变换结果

从兰州和天水伏旱强度指数 Haar 型小波变换的结果可以看出,兰州地区伏旱自 1951 年以来经历了 4 个阶段,1965 年之前为干旱上升时期,1965~1978 年为下降时期,

1979~1986年为上升时期, 1987~1995年为下降时期. 天水地区伏旱自1951年以来经历了3个阶段, 1951~1959年为下降时期, 1960~1972年为上升时期, 1973~1992年为下降时期, 1992年以后由不旱逐渐转为干旱时期. 当然, 在整个上升(或下降)时期中, 也有小尺度的相反情况出现.

4 伏旱强度指数的重构及滤波

通过式(6)可以对时间序列进行重构, 图5为对兰州伏旱强度指数重构的结果. 可以看出重构的曲线比原曲线平滑得多, 这是因为在计算小波变换及重构时采用离散化后的公式, 无疑在计算过程中丢失了许多信息. 但是, 从重构后的结果看, 小波变换中还是包含了原序列的绝大部分信息.

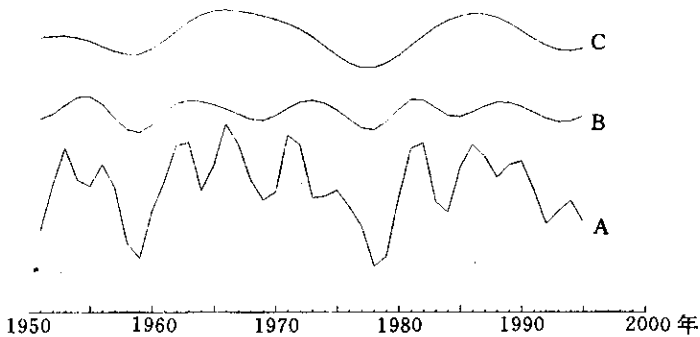


图5 兰州伏旱强度指数重构的结果(A, a 取1~15, B, a 取2, C, a 取3~11)

在重构过程中, 如果只选取某段尺度进行重构就形成了带通滤波. 例如, 对兰州伏旱强度指数进行重构, a 如果取3~11, 可以看到18年左右的振荡周期很明显, 其它小尺度的振荡被滤去; a 如果取2, 8年左右的小尺度振荡周期很明显, 大尺度的振荡被滤去. 所以, 时间序列经小波变换后再进行重构, 对研究原序列也是非常有用的.

5 结论

通过以上分析得到如下结论:

(1) 小波变换在分析时间(或空间)序列的气象资料时是一个非常有用的工具, 可以将不同尺度上的结构展现出来, 让人们更准确地了解原序列的演变特征.

(2) 研究不同的问题需要选用不同的小波母函数. 墨西哥帽型小波变换有效地揭示了原序列的振荡位相, Haar型小波变换有效地揭示了原序列的上升或下降趋势.

(3) 对甘肃省河东地区伏旱强度指数的小波分析发现, 甘肃省中部地区的伏旱准19年的振荡周期较明显, 有2个上升和2个下降阶段; 陇东和陇南地区准22年和准10年的振荡周期较明显, 有1个上升和2个下降阶段, 目前正处于伏旱高发时期, 应该注意防旱抗旱.

(4) 通过对原时间序列进行不同尺度的重构, 可以对小波变换的结果进行检验, 也可以对原时间序列进行滤波和更详细的分析。

参 考 文 献

- 1 Rioul O and Duhamel P. Fast algorithms for discrete and continue wavelet transforms. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1992, **38**: 569~586.
- 2 刘贵忠, 邸双亮. 小波分析及其应用. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1992. 1~3.
- 3 秦前清, 杨宗凯. 实用小波分析. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1995. 8~15.
- 4 卞维林, 林振山, 邓自旺. 上海气温资料的子波分析. *高原气象*, 1995, **14**(13): 359~364.
- 5 戴新刚, 丑纪范, 朱姝. 甘肃“5·5”黑风暴小波分析. *气象*, 1995, **12**(2): 10~15.
- 6 Gabor. Theory of communication. *J. of I. E. E.*, 1946, **93**: 429~441.
- 7 陈菊英. 中国旱涝的分析和长期预报研究. 北京: 农业出版社, 1991. 178~238.

WAVELET ANALYSIS OF SUMMER DROUGHT IN EAST OF THE YELLOW RIVER IN GANSU PROVINCE

Zhang Cunjie Dong Anxiang Bai Huzhi Zhang Huanru
(Climate Data Center of Gansu Province, Lanzhou 730020)

Abstract

The basic idea and the advantage of wavelet analysis are described, and the indexes of the summer drought intensity in east of the Yellow River in Gansu Province from 1951 to 1995 are calculated using Mexican cap wavelet and Haar wavelet analysis methods, respectively. The results show that the summer drought events in east of the Yellow River in Gansu Province is composed of oscillations on different time scales. In the middle of Gansu Province, there is an obvious oscillation period of quasi-19 years, with two ascending and two descending episodes. In east and south Gansu, there are obvious oscillation periods of quasi-22 and quasi-10 years, respectively, with one ascending and two descending episodes. Reconstruction of original time series of summer drought intensity index in terms of different time scales indicates that the wavelet analysis method could be used in filtering.

Key words: Index of summer drought intensity Wavelet analysis Oscillation periods