

正压准地转模式中大地形作用下的低频波*

付遵涛 刘式适

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

提 要

利用包含大地形和常速纬向基本气流的正压准地转位涡度方程, 研究了大地形对低频波激发的作用, 结果表明, 起作用的地形因子主要是地形的最大高度和地形坡度. 地形最大高度的作用主要是使 Rossby 波趋向低频, 而地形坡度的作用主要是对 Rossby 波的稳定性起决定作用, 同时适当的地形坡度也可导致低频波的形成. 而常速纬向基流在总体上的作用是使波动变得趋向低频, 且西风基流更有利于低频(30~60 天)波的形成. 从纬向波数上看, 纬向 3 波以上的波动更容易出现低频(30~60 天).

关键词: 大地形 低频波 地形最大高度 地形坡度

前 言

自 Madden 和 Julian^[1]通过谱分析发现热带大气在风场和地面气压场的变化中存在着 40~50 天周期的低频振荡以来, 人们对大气的低频变化作了广泛而深入的研究. 但是研究的重点集中于热带低纬地区. 对于中高纬地区 30~60 天大气低频振荡的存在, 最早可见于 Anderson 等^[2]关于大气角动量输送的研究. 基于对 FGGE 资料的分析, Krishnamurti 等^[3]指出 30~60 天振荡是一种全球大气变化现象. 进一步的研究表明, 中高纬与低纬的季节内振荡在垂直结构、纬向尺度、纬向传播方向及时空演变上存在不同. 具体为中高纬季节内振荡具有正压结构特征, 位势场上主要表现为纬向波数 2~4 波, 振荡主要以向西传播为主, 具有二维 Rossby 波特征. 更具体的差异可见文献^[4,5].

随着大气低频振荡现象及其特征的揭露, 人们开始探索大气低频振荡产生的原因. Wallace 等^[6]把大气低频振荡的产生原因概括为 6 种, 实际上可归结为两种机制, 即大气对外源的强迫响应和大气运动非线性相互作用. 对于低纬, 大气低频振荡动力学机制研究得比较多, 也取得了较好的结果. 对于中高纬大气低频振荡机制的研究相对少些, 章基嘉等^[7]指出青藏高原(夏半年)是 30~60 天大气低频振荡的活跃区和重要源地, 并认为大地形的动力作用和热力作用可以激发出低频波. 张可苏^[8]和杨大升等^[9]的研究则表明基流正压不稳定是激发中高纬低频振荡的重要机制. 李崇银等^[10]进一步说明了基流的动力不稳定对激发中高纬大气低频振荡的重要性. 罗德海等^[11]研究了在地形和常速纬向基流作

* 本文得到国家攀登 B 项目“青藏高原地-气系统物理过程观测和理论研究”的资助.

用下的 30~60 天振荡,说明了地形高度和常速纬向基流对低频振荡的重要激发作用.文献[12]关于大地形和常速基流作用下的低频波的研究结果也进一步讨论了大地形和基流对低频波激发的重要性,指出地形的起伏(表现为地形的坡度)对低频波的激发作用更大.

在以往研究中高纬度包含大地形的稳定性和波动变化等问题时,常用的正压准地转位涡度方程对大地形的考虑存在一定的局限性,陈炯和刘式适^[13]的研究结果说明了这一点.本文就是在他们的研究基础上进一步讨论大地形和常速基流对低频波激发的作用.

1 基本方程

根据陈炯和刘式适^[13]的研究结果,仅含地形动力作用的线性化正压准地转位涡度方程为:

$$(c_0^2 - f_0\psi_s)\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla_k^2\psi' + (c_0^2 - f_0\psi_s)\left(\beta_0 - \frac{\partial^2\bar{u}}{\partial y^2}\right)\frac{\partial\psi'}{\partial x} - f_0^2\frac{\partial\psi'}{\partial t} - c_0^2(\beta_2\frac{\partial\psi'}{\partial y} - \beta_1\frac{\partial\psi'}{\partial x}) = 0 \quad (1)$$

其中: $\psi_s = \psi_s/f_0 = gh_s/f_0$ (h_s 为地形高度廓线), ψ_s 为地形流函数, $\beta_1 = \lambda_0^2\alpha\psi_s/\partial y$, 表示南北方向地形坡度参数; $\beta_2 = \lambda_0^2\alpha\psi_s/\partial x$, 表示东西方向地形坡度参数. 而 $\bar{u} = -\partial\bar{\psi}/\partial y$, \bar{u} 为纬向基本气流, $\bar{\psi}$ 为基本气流准地转流函数. $c_0^2 = gH$ (H 为静止大气自由面高度), $\lambda_0^2 = f_0^2/c_0^2$. ψ' 为扰动地转流函数, 若设 $\bar{u} = \text{const}$, $\psi_s = \psi_s(y)$, 那么有: $\beta_2 = 0$. 进一步设 $\beta_1 = \text{const}$, 则有:

$$\psi_s = \psi_{s0} + \beta_1 y/\lambda_0^2 \quad (2)$$

其中: $\psi_{s0} = gh_{s0}/f_0$ (h_{s0} 为 $y=0$ 处的地形高度, 本文取为最大高度).

式(2)代入式(1)有:

$$c_0^2\left[\left(1 - \frac{f_0\psi_{s0}}{c_0^2}\right) - \frac{\beta_1 y}{f_0}\right]\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla_k^2\psi' + \beta_0\frac{\partial\psi'}{\partial x}\right] - f_0^2\frac{\partial\psi'}{\partial t} + c_0^2\beta_1\frac{\partial\psi'}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

即

$$(\varepsilon - \beta_{10}y)\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u}\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla_k^2\psi' + \beta_0\frac{\partial\psi'}{\partial x}\right] - \lambda_0^2\frac{\partial\psi'}{\partial t} + \beta_1\frac{\partial\psi'}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

其中: $\varepsilon = 1 - f_0\psi_{s0}/c_0^2 = 1 - h_{s0}/H$, 表示地形高度的作用; $\beta_{10} = \beta_1/f_0$, 表示无量纲南北地形坡度参数.

令:

$$\psi' = \Psi(y)\exp[i(kx - \omega t)] \quad (5)$$

其中: k 为 x 方向的波数, ω 为波动圆频率.

式(5)代入式(4)有:

$$(\varepsilon - \beta_{10}y)\frac{d^2\Psi}{dy^2} + \left[-k^2\varepsilon - \frac{k\beta_0\varepsilon + k\beta_1 + \lambda_0^2\omega}{\omega - k\bar{u}} + \left(k^2\beta_{10} + \frac{k\beta_0\beta_{10}}{\omega - k\bar{u}}\right)y\right]\Psi = 0 \quad (6)$$

式(6)就是本文讨论问题的基本方程.

2 方程的解及讨论

(1) 若 $\beta_1=0$ (即: $\beta_{10}=0$) 且 $\psi_{s0}=0$ ($\epsilon=1$), 即无地形作用, 则式(6)退化为:

$$\frac{d^2\Psi}{dy^2} + \left(-k^2 - \frac{k\beta_0 + \lambda_0^2\omega}{\omega - k\bar{u}} \right) \Psi = 0 \quad (7)$$

可知方程(7)有如下形式的解:

$$\Psi = A_2 \exp(i ly) \quad (8)$$

其中: l 为 y 方向的波数, A_2 为波动的振幅, 且为任意常数.

式(8)代入式(7)有:

$$-k^2 - \frac{k\beta_0 + \lambda_0^2\omega}{\omega - k\bar{u}} = l^2 \quad (9)$$

即:

$$\omega = \frac{k\bar{u}(k^2 + l^2)}{k^2 + l^2 + \lambda_0^2} - \frac{k\beta_0}{k^2 + l^2 + \lambda_0^2} \quad (10)$$

式(10)即中高纬含常速基本气流正压准地转 Rossby 波的频散关系.

(2) 若 $\beta_1=0$ (即: $\beta_{10}=0$) 且 $\psi_{s0} \neq 0$ ($0 < \epsilon < 1$), 即只有地形高度作用而无地形坡度作用, 则式(6)退化为:

$$\epsilon \frac{d^2\Psi}{dy^2} + \left(-k^2\epsilon - \frac{k\beta_0\epsilon + \lambda_0^2\omega}{\omega - k\bar{u}} \right) \Psi = 0 \quad (11)$$

式(8)代入式(11)有:

$$-(l^2 + k^2)\epsilon - \frac{k\beta_0\epsilon + \lambda_0^2\omega}{\omega - k\bar{u}} = 0 \quad (12)$$

即:

$$\omega = \frac{k\bar{u}(k^2 + l^2) - k\beta_0}{k^2 + l^2 + \lambda_0^2/\epsilon} \quad (12')$$

对比式(12')和式(10)可以看出: 地形高度(大地形)的存在有助于 Rossby 波向低频方向发展.

若取波动周期 T 为:

$$T = \frac{2\pi}{|\omega|} \quad (13)$$

那么, 具体情况可见由式(12')和式(13)绘制的图 1a 和图 1b.

由图 1a 和图 1b 的对比及计算结果可知: 对于各相应纬向波数, 地形的抬升使得波动周期变长. 而对于各波数来说, 只有高波数(2~4)时才有可能出现低频波, 这一点与低纬的只在纬向 1 波或 2 波出现低频很不同, 与观测结果相符. 与章基嘉等关于青藏高原低频振荡的研究结论和李崇银关于中高纬大气低频振荡特征的阐述有相当的一致性. 另外, 由图 1a 和图 1b 的对比结果及计算结果也可知: 随着波数的增大, 波动周期峰值向纬向基流的低值方向移动. 当然, 地形的抬升也有这样的作用, 只是效果相对不明显. 在东风基流中, 低频波基本上不能出现. 计算中也发现: 经向尺度的选取对波动的频率有较大的影响,

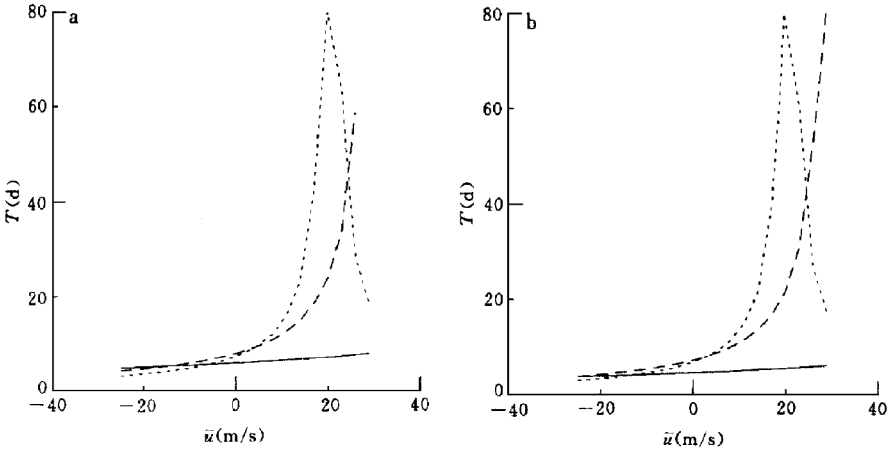


图 1 T 随 \bar{u} 的变化 (a) $\epsilon=0.5$ (b) $\epsilon=1.0$

(实线: 曲线 1, 虚线: 曲线 2, 点线: 曲线 3. y 轴原点位于 30°N , 曲线 1、2、3 分别为纬向波数 1、2、3 的结果, 曲线中超过 80 d 的值改为 80 d, 图 1b 相当于无地形抬升)

在与观测结果相符合的经向尺度下, 可以在较宽的参数范围内得到低频波.

(3) 若 $\beta_1 \neq 0$ (即: $\beta_{10} \neq 0$) 且 $\psi_{s0} \neq 0$ ($0 < \epsilon < 1$), 则式 (6) 为如下形式的 Laplace 方程:

$$(a_0 y + b_0) \frac{d^2 \Psi}{dy^2} + (a_2 y + b_2) \Psi = 0 \quad (14)$$

其中:

$$\begin{cases} a_0 = -\beta_{10} & a_2 = k^2 \beta_{10} + \frac{k \beta_0 \beta_{10}}{\omega - k\bar{u}} \\ b_0 = \epsilon & b_2 = -k^2 \epsilon - \frac{k \beta_0 \epsilon + k \beta_1 + \lambda_0^2 \omega}{\omega - k\bar{u}} \end{cases} \quad (15)$$

令:

$$\Psi = \exp(py) \tilde{\Psi}, y = \lambda y + \mu \quad (16)$$

并取:

$$\begin{cases} \mu = -b_0/a_0 = \epsilon/\beta_{10} = (f_0 - \lambda_0^2 \psi_{s0})/\beta_1 \\ \lambda = -a_0/(2a_0 p) = -1/(2p) \\ p = \pm \sqrt{-a_0 a_2/a_0} = -\sqrt{k^2 + k \beta_0/(\omega - k\bar{u})} \end{cases} \quad (17)$$

则式 (6) 为如下形式的合流超比方程:

$$\eta \frac{d^2 \tilde{\Psi}}{dy^2} + (\gamma - \eta) \frac{d \tilde{\Psi}}{dy} - \alpha \tilde{\Psi} = 0 \quad (18)$$

其中:

$$\gamma = 0 \quad (19)$$

$$\alpha = \frac{b_0 p^2 + b_2}{2a_0 p} = \frac{-b_0 a_2 + a_0 b_2}{2a_0 \sqrt{-a_0 a_2}} = \frac{k \beta_1 + \lambda_0^2 \omega}{-2(\omega - k\bar{u}) \sqrt{\beta_{10}^2 [k^2 + k \beta_0/(\omega - k\bar{u})]}} \quad (20)$$

$\tilde{\Psi}$ 的基本解为:

$$\tilde{\Psi} = \eta[A_1 F(\alpha + 1, 2, \eta) + B_1 G(\alpha + 1, 2, \eta)] \quad (21)$$

即:

$$\Psi = \exp\left(-\sqrt{k^2 + k\beta_0/(\omega - k\bar{u})}y\right) \left((y - \mu)/\lambda\right) \times \\ \{A_1 F[\alpha + 1, 2, ((y - \mu)/\lambda)] + B_1 G[\alpha + 1, 2, ((y - \mu)/\lambda)]\} \quad (22)$$

其中: A_1, B_1 为任意常数, $F(\alpha, \gamma, y)$ 为合流超比函数, $G(\alpha, \gamma, y)$ 为第二类合流超比函数.

为使 $y=0$ 或 y 较大时 Ψ 有界, 必须有:

$$\alpha + 1 = n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (23)$$

从而有:

$$\frac{k\beta_1 + \lambda_0^2 \omega}{-2(\omega - k\bar{u}) \sqrt{\beta_{10}^2 [k^2 + k\beta_0/(\omega - k\bar{u})]}} + 1 = -n \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (24)$$

由式(24)有:

$$[4(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k^2 - \lambda_0^4] \omega^2 + [4(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k \beta_0 - 8(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k^3 \bar{u} - 2k\beta_1 \lambda_0^2] \omega + \\ [4(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k^4 \bar{u}^2 - 4(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k^2 \beta_0 \bar{u} - k^2 \beta_1^2] = 0 \quad (25)$$

从而有:

$$\omega = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (26)$$

其中:

$$\begin{cases} A = 4(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k^2 - \lambda_0^4 \\ B = 4(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k \beta_0 - 8(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k^3 \bar{u} - 2k\beta_1 \lambda_0^2 \\ C = 4(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k^4 \bar{u}^2 - 4(n + 1)^2 \beta_{10}^2 k^2 \beta_0 \bar{u} - k^2 \beta_1^2 \end{cases} \quad (27)$$

当 $n = -1$ (可以看作是在原来基础上的推广) 时:

$$\omega_{-1} = -\frac{k\beta_1}{\lambda_0^2} \quad (28)$$

无疑, 这时波动是稳定的, 当 β_1 取适当的值时, 可获得低频波, 南坡 $\beta_1 > 0, \omega_{-1} < 0$, 地形 Rossby 波西传; 北坡 $\beta_1 < 0, \omega_{-1} > 0$, 地形的 Rossby 波东传.

当 $n \neq -1$ 时, 令:

$$\omega = \omega_r + i\omega_i \quad (29)$$

其中 ω_r 为波动的圆频率, ω_i 为波动的增长率.

并取:

$$\Delta = B^2 - 4AC \quad (30)$$

当 $\Delta < 0$ 时, $\omega_i \neq 0$, 这时, 地形 Rossby 波出现不稳定.

由式(30)有:

$$\Delta = 16(n + 1)^2 k^2 \beta_{10}^2 [(n + 1)^2 \beta_{10}^2 \beta_0^2 + 2k^2 \beta_1 \bar{u} \lambda_0^2 + \\ k^2 \beta_1^2 + k^2 \bar{u}^2 \lambda_0^4 - \beta_1 \beta_0 \lambda_0^2 - \beta_0 \bar{u} \lambda_0^4] \quad (31)$$

由式(31)计算可知: 当 $k, n, \beta_{10}, \bar{u}$ 等取适当的值时, 确实可以得到不稳定.

若取波动周期 T 为:

$$T = \frac{2\pi}{|\omega_r|} \quad (32)$$

由式(26)和式(32)计算可以得到十分满意的结果,见图 2a 和图 2b.

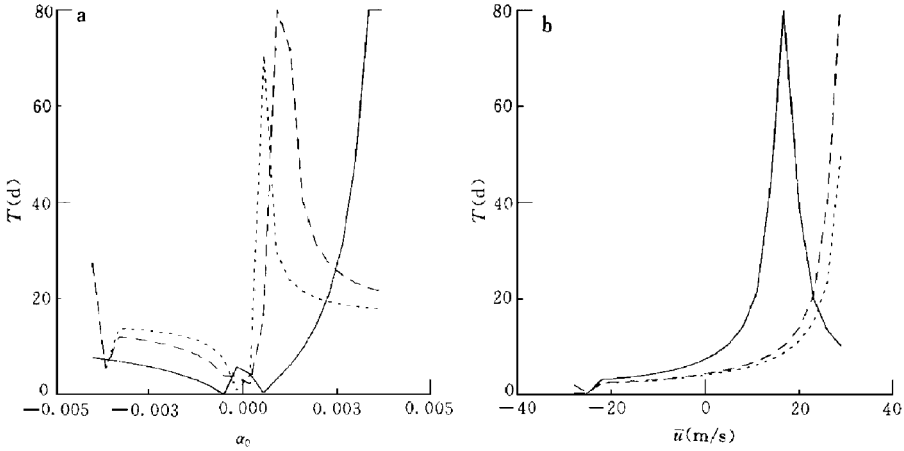


图 2 (a) T 随 α_0 ($\bar{u}=25$ m/s) 和 (b) T 随 \bar{u} ($\alpha_0=0.002$) 的变化 (实线: 曲线 1, 虚线: 曲线 2, 点线: 曲线 3. $\alpha_0=\partial h_s/\partial y$, 均为取纬向 3 波时的波数. 曲线 1、2、3 为 $n=0、1、2$ 的情况, 其它说明同图 1)

由图 2a 和 2b 的对比和计算结果可以看出:

(1) n 的作用: 在 $\bar{u}=25$ m/s 或 $\bar{u}\approx 10$ m/s 时, 由计算可以看出随着 n 的增加, 波动周期峰值变大 (但是, 在图 2a 中由于计算间隔选取的原因没能体现出来) 且趋向在地形坡度值较小的范围出现, 这对所有的波数都成立, 具体情况可见表 1. 当 \bar{u} 超过一定值 (一般大小超过 1 即可以), n 的增加可使低频峰值发生移动, 这点也可以从图 2b 看出 (这里 n 的增加使低频峰值向 \bar{u} 的大值方向移动).

表 1 波动周期 T 峰值 (d) 随纬向波数和 n 的变化 ($\bar{u}=10$ m/s)

	$n=0$	$n=1$	$n=2$
纬向 1 波	$T\approx 70$	$T\approx 196$	$T\approx 295$
纬向 2 波	$T\approx 35$	$T\approx 163$	$T\approx 250$
纬向 3 波	$T\approx 23$	$T\approx 130$	$T\approx 210$

(2) \bar{u} 的作用: 虽然 $\bar{u}>0$ 和 $\bar{u}\approx 0$ 时也可以出现低频波, 但是波动基本上都是稳定的, 这一点对低频波的发展很不利. 当 \bar{u} 小于一定值 (一般大小超过 -1 m/s 即可以), 波动即可同时出现低频和不稳定; 在东风 (且在一定的地形坡度和纬向波数的条件下) 时也可出现低频波, 只是出现的范围很窄而已, 但是 $\bar{u}<0$ 和 $\bar{u}\approx 0$ 在中纬很少见. 且总体来说, 西风更有利于低频波的生成, 西风越强, 越容易形成 30~60 天的低频波, 这点与罗德海和李崇银^[11]的研究结果一致.

(3) α_0 的作用: 总体来说, 南坡 ($\alpha_0 > 0$) 和北坡 ($\alpha_0 < 0$) 都可出现低频波, 低频峰值的位置与大气的状况有关, $\bar{u} < 0$ 或 $\bar{u} \approx 0$ 时, 南坡和北坡都会出现 30~60 天的低频波. 当 \bar{u} 超过一定值, 低频峰值会随 \bar{u} 的大小及南北坡的不同而发生移动. $\bar{u} \approx 10$ m/s 时, 30 天左右低频波即可在南坡出现; $\bar{u} \approx 20$ m/s 时, 30 天左右低频波在南坡出现并保持较宽范围, 30 天左右低频波在北坡基本不出现.

(4) 纬向波数的作用: $\bar{u} > 0$ 或 $\bar{u} \approx 20$ m/s 时, 在一定范围内随波数的增加, 波动周期减小, 这与罗德海和李崇银的研究结论一致, 具体可见表 1, 且纬向 1、2 波基本上只能在极窄的坡度范围内达到低频 (30 天左右). 而纬向 3 波则可以在一定条件下在相当宽的坡度范围内达到 30 天左右低频, 从图 2a 和图 2b 都可以看出这一点.

3 结 论

通过上述分析可以看出: 大地形对 Rossby 波的改变是十分巨大的. 地形高度对 Rossby 波的作用主要体现在相速度的改变上, 而地形坡度则作用于波动的稳定性和传播特性. 二者的共同作用确实可以得到季内时间尺度 (30~60 天) 的低频波. 部分结论与章基嘉等^[7]的研究结论相符, 最简单情形的结论与吕克利等^[14,15]的结论相似. 但是坡度的作用无疑与传统上的有所不同, 它对稳定性的作用并不比它对频率的改变小. 常速纬向基流的作用则更多地体现在对波动周期的改变上, 在常速纬向基流和适当的地形坡度及纬向波数作用下, 中纬波动可同时出现低频和不稳定. 从分析中也可以看出, 纬向波数对低频波的出现起着至关重要的作用, 对中纬来说, 纬向 3 波更容易形成低频 (30~60 天) 波, 这一点也与观测结果及其他研究结论一致.

从直观上讲, 所得结论与章基嘉等^[7]的研究结论不完全相同正是其合理之处, 因为在本文中大地形只考虑了动力作用, 而对热力作用没有考虑, 这无疑会造成与观测上的不同. 另外本文也没有考虑摩擦作用, 所有这些都需要进一步讨论.

参 考 文 献

- 1 Madden R D and Julian P. Detection of 40~50 day oscillation in the zonal wind in the tropical Pacific. *J. Atmos. Sci.*, 1971, **28**: 702~708.
- 2 Anderson J R and Rosen R D. The latitude height structure of 40~50 day variations in atmospheric angular momentum. *J. Atmos. Sci.*, 1983, **40**: 1584~1591.
- 3 Krishnamurti T N, Gadgil S. On the structure of the 30 to 50 day mode over the globe during FGGE. *Tellus*, 1985, **37A**: 336~360.
- 4 李崇银. 大气低频振荡. 北京: 气象出版社, 1993. 314.
- 5 李崇银. 气候动力学引论. 北京: 气象出版社, 1995. 104~151.
- 6 Wallace J M, Blackmon M L. Observations of low-frequency atmospheric variability. In: Brian Hoskins and Robert Pearce. Large-scale Dynamical Process in the Atmosphere. London: Academic Press, 1983. 55~91.
- 7 章基嘉, 孙国武, 陈葆德. 青藏高原大气低频变化的研究. 北京: 气象出版社, 1991. 2~107.
- 8 张可苏. 40~50 天的纬向基流低频振荡及其失稳效应. 大气科学, 1987, **11**: 227~236.
- 9 杨大升, 曹文忠. 中高纬大气 30~60 天低频振荡的一种可能动力机制. 大气科学, 1995, **19**: 207~218.
- 10 李崇银, 曹文忠, 李桂龙. 基本气流对中高纬大气季节内振荡不稳定激发的影响. 中国科学 (B 辑), 1995, **9**: 978~

985.

- 11 罗德海,李崇银.地形 Rossby 波的不稳定和中高纬地区 30~60 天振荡.见:李崇银主编.气候变化若干问题研究.北京:科学出版社,1992.82~85.
- 12 付遵涛,刘式适.正压模式中大地形作用下的低频波.高原气象,1998,17(3):223~230.
- 13 陈炯,刘式适.含大地形、摩擦、加热的准地转正压模式.北京大学学报,1999,35(1):74~84.
- 14 吕克利.大地形与正压 Rossby 孤立波.气象学报,1987,45:267~273.
- 15 吕克利.大地形与正压 Rossby 的稳定性.气象学报,1986,44:275~281.

LOW-FREQUENCY WAVES FORCED BY LARGE-SCALE TOPOGRAPHY IN THE BAROTROPIC QUASI-GEOSTROPHIC MODEL

Fu Zuntao Liu Shikuo

(*Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871*)

Abstract

A barotropic model, including large-scale topography and constant zonal basic flow, was used to discuss the effects of large-scale topography on the low-frequency waves. The results show that the topographic factors which affect low-frequency waves are mostly maximum height of topography and topographic slope. The former makes frequency of topographic Rossby waves decrease, and the latter makes Rossby waves unstable. Moreover, when topographic slope is optimum, it could also make Rossby wave turn into low-frequency waves. Constant zonal basic flow also plays a very important role in determining the instability of forced Rossby waves. In all zonal wave numbers, only the wave at large wave number (3 waves or larger) could be low-frequency waves.

Key words: Large-scale topography Low-frequency wave Maximum height of topography Topographic slope