

从单多普勒雷达速度场反演散度场*

刘淑媛

(空军气象中心, 北京 100843)

陶祖钰

(北京大学地球物理系暴雨监测与预报国家重点实验室, 北京 100871)

提 要

该文提出了在极坐标下从单多普勒雷达速度场计算散度的方法. 此方法可以直接利用多普勒速度计算极坐标散度中的径向散度项和径向移动项, 而无需作任何假定. 只有在计算切向散度项时需要在一定的假定下先反演出切向速度. 误差分析表明, 反演误差比散度小一个量级. 对一次冷锋过程的散度反演试验表明, 极坐标散度反演方法可用于分析中尺度天气系统.

关键词: 多普勒雷达 极坐标散度 冷锋

引 言

由于多普勒雷达可以得到目标物沿雷达射线方向的运动速度(即径向速度), 有常规测雨雷达不可比拟的优点. 但多普勒雷达不能测量目标物垂直于雷达射线方向的运动速度(即切向速度), 所以发展从单部多普勒雷达所获取的资料中反演风场信息的方法就具有特别重要的实际意义.

从多普勒雷达测量的径向速度资料中提取风场信息已经提出了不少有实际应用价值的方法, 但对散度反演方法的研究并不令人满意. Lhermitte 等^[1]提出了 VAD (Velocity Azimuth Display) 方法, 可从整圆上的径向速度得到雷达扫描范围内的平均风向、风速的垂直廊线. Browning 等^[2]扩充了 VAD 方法, 进一步提取出风场的平均散度. 在线性风场的假定下, Waldteufel 等^[3]又提出在多仰角立体扫描的情况下, 计算一个扇形体积元中的平均风及散度的 VVP (Velocity Volume Processing) 方法. Koscielny 等^[4]对一个静止锋个例进行实验, 结果表明 VVP 方法要求分析体积单元不能太小, 他们使用方位角的张角为 30° 、径向距离长为 30 km、仰角的张角为 2° 的扇形体积单元进行散度反演, 这样的分辨率已经不符合中尺度分析的要求, 且不能反演出静止锋面的散度特征. 另外, 如果从反演出的水平风场计算散度, 由于水平风场中存在反演误差, 它在一阶微商求散度过程中将被放大, 从理论上讲这种散度反演方法没有可行性.

* 本文由国家自然科学基金重点项目 49735180 号和攀登 96-专-03 项目资助.

1997-12-16 收到, 1998-04-22 收到修改稿.

本文将提出一种从雷达原始径向速度资料直接计算极坐标散度的反演方法,并结合实例讨论此方法的可行性。

1 极坐标散度反演方法的原理

极坐标散度反演方法是从散度的原始定义出发,在极坐标下计算散度的方法.柱坐标中散度的表达式为^[5]:

$$D = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_t}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

在二维的情况下将之简化为极坐标下的散度表达式为:

$$D = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_t}{\partial \theta} = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_t}{\partial \theta} \quad (1)$$

其中 v_t 的正向和 θ 的增加方向相同。

为了说明极坐标散度表达式中各项的意义,我们从散度的原始定义出发,重新推导极坐标下的散度表达式.散度的原始定义为:

$$D = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial t}$$

式中 D 表示水平散度的物理意义为风速水平分布不均匀而造成的面积元 σ 随时间的相对变化率.考虑到雷达资料的特点,所用的极坐标规定方位角 θ 以正北为零度,顺时针旋转为正向.径向速度 $v_r > 0$ 表示远离雷达, $v_r < 0$ 表示趋近雷达,切向速度 $v_t > 0$ 表示逆时针方向, $v_t < 0$ 表示顺时针方向。

对于极坐标中的扇形面积元 σ (图 1 中 ABCD):

$$\sigma = \bar{r}(r_2 - r_1)\Delta\theta = \bar{r}\Delta r\Delta\theta$$

其中 \bar{r} 是 r_1 和 r_2 的算术平均.单位时间的面积相对变率为:

$$\frac{1}{\sigma} \frac{\delta\sigma}{\delta t} = \frac{1}{\sigma} (v_{r2}r_2\Delta\theta - v_{r1}r_1\Delta\theta + v_{t1}\Delta r - v_{t2}\Delta r) = \frac{\Delta(v_r r)}{r\Delta r} - \frac{\Delta v_t}{\Delta\theta r}$$

故

$$\begin{aligned} D &= \lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{1}{\sigma} \frac{\delta\sigma}{\delta t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(rv_r) - \frac{1}{r} \frac{\partial v_t}{\partial \theta} = \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_t}{\partial \theta} \\ &= D_{r1} + D_{r2} + D_t \end{aligned} \quad (2)$$

由于式(2)中 v_t 的正向和 θ 的正向相反,故式(2)中的第三项和式(1)中的第三项相差一个负号.式(2)表明,极坐标散度 D 包括 3 项:

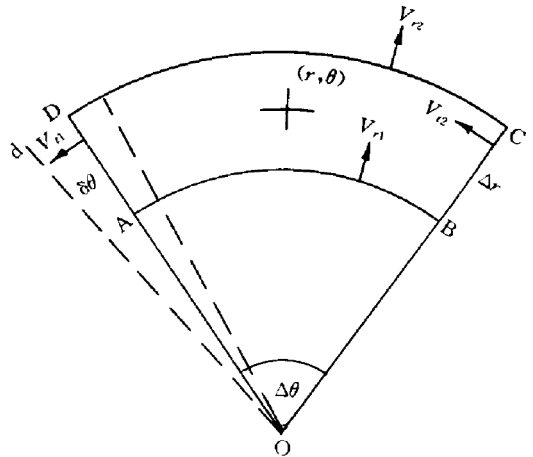


图 1 扇形元中各项关系

(其中“O”点为雷达所在地,OB为 r_1 ,OC为 r_2 ,BC为 Δr , $\angle DOC = \Delta\theta$, $\angle dOD = \delta\theta$)

D_{r1} 表示通过扇形面积元边界上的径向流入流出造成的散度,可称为径向散度项,它和速度径向分布的不均匀性有关,可直接使用多普勒雷达观测的径向速度值计算,无需做任何假定。

D_{r2} 表示扇形面积元在径向位移中扇形面积放大或缩小造成的散度.它只是由扇形面积元的径向位移决定,称为径向移动项,其数值与 v_r 成正比.此项也可以从径向速度值直接计算得到,无需作任何假定。

D_t 表示通过扇形面积元侧边界上流入流出造成的散度,称为切向散度项.由于 v_t 是未知的,它必须在一定的假定下,从 v_r 的分布中反演出来.例如在局地均匀风的假定下, v_t 和 v_r 之间存在下面关系:

$$v_t = - \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \quad (3)$$

式(3)即所谓的反演水平风场的 UW(Uniform Wind)方法,本文利用式(3)来计算切向散度项.由于 D_t 是从径向速度中反演 v_t 后间接得到的,所以极坐标散度反演方法又可称为半直接计算方法。

必须指出,极坐标散度表达式中的 v_r 为水平的径向速度,而多普勒雷达观测到的是不同仰角锥面上的径向速度,严格地讲两者是不同的,即 $v_r = v_D \cos \alpha$ (其中 v_D 为多普勒速度资料中仰角为 α 的观测值).但在 α 很小的情况下,如 $\alpha \leq 2^\circ$, $\cos \alpha$ 近似等于 1,可以近似的认为 $v_r = v_D$.

2 散度的量级估计及计算误差分析

为了考察极坐标散度反演方法的可行性,有必要先对极坐标散度中各项的量级及其计算误差的大小作一分析.从式(2)和式(3)可以得到计算极坐标散度的差分公式:

$$\begin{aligned} D_{r1} &= \frac{\partial v_r}{\partial r} = \frac{1}{(l_2 - l_1) \times \Delta r} \sum_{i=l_1}^{l_2} [v_{r(i,r_1)} - v_{r(i,r_2)}] \\ D_{r2} &= \frac{v_r}{r} = \frac{1}{2(l_2 - l_1) \times r} \sum_{i=l_1}^{l_2} [v_{r(i,r_1)} + v_{r(i,r_2)}] \\ D_t &= \frac{-\partial v_t}{r \partial \theta} = \frac{-1}{r(k_1 - k_2) \times \Delta \theta} \sum_{j=k_2}^{k_1} [v_{t(\theta_R, j)} - v_{t(\theta_l, j)}] \\ v_{tR} &= v_{t(\theta_R, j)} = \frac{-1}{2\delta\theta} [v_{r(\theta_R + \delta\theta, r)} - v_{r(\theta_R - \delta\theta, r)}] \end{aligned} \quad (4)$$

其中, l_1, l_2 为方位角的序号, k_1, k_2 为距离的序号, $\delta\theta$ 为计算切向速度时使用的方位角张角,下标 R 表示右侧。

考虑到所需要的是 10 km 左右的中尺度分辨率,以及扇形面积元的大小对计算误差的影响,选取一个弧度长 $\Delta\theta = 18^\circ \sim 26^\circ$ 、径距 $\Delta r = 6.0$ km 的扇形面积元为例来估计极坐标散度中的各项量级.对于这样一个扇形面积元, $\Delta\theta$ 的量级为 4×10^{-1} , Δr 为 6.0×10^3 m,取 r 为 $10^4 \sim 10^5$ m, \bar{v}_r 为 10^1 m \cdot s $^{-1}$, Δv_r 为 10^0 m \cdot s $^{-1}$,根据式(4)可以得到各项

的量级为：

$$D_{r_1} \sim 1.5 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \quad D_{r_2} \sim (10^{-3} \sim 10^{-4}) \text{ s}^{-1}$$

$$v_i \sim 2.5 \times 10^0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad D_i \sim (6 \times 10^{-4} \sim 6 \times 10^{-5}) \text{ s}^{-1}$$

从中可以看到极坐标散度的量级为 10^{-4} s^{-1} ，符合中尺度系统散度所应具有的量级。其中 D_{r_1} 和 D_{r_2} 贡献较大，两者的量级比较接近，只有在雷达附近地区 (10 km 左右) D_{r_2} 比 D_{r_1} 大一个量级。 D_i 的量级最小，只有在距原点较近的区域 D_i 才达到 D_{r_1} 和 D_{r_2} 相同的量级。由此可见， D_i 虽然是间接反演的，但对整体散度的贡献较小。

对同一扇形面积元来估计极坐标散度中的各项计算误差的量级。根据误差分析理论，极坐标散度中 3 项的误差为：

$$\epsilon(D_{r_1}) = \frac{\epsilon(v_r)}{\Delta r}, \quad \epsilon(D_{r_2}) = \frac{\epsilon(v_r)}{r}, \quad \epsilon(D_i) = -\frac{1}{r} \frac{\epsilon(v_i)}{\Delta \theta} \quad (5)$$

其中切向速度的误差为 $\epsilon(v_i) = -\frac{\epsilon(v_r)}{\delta \theta}$ 。由上可以看到散度的计算误差不仅和扇形面积元的大小有关，而且和多普勒速度的脉动误差 $\epsilon(v_r)$ 有关。

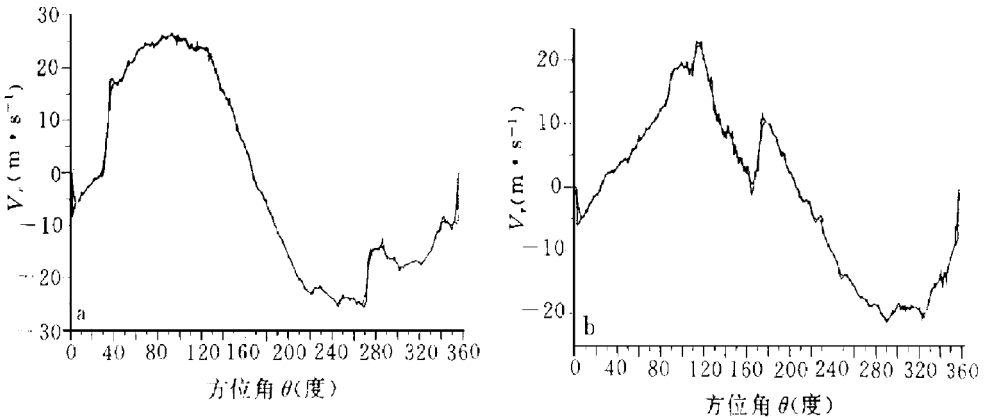


图 2 1.3°仰角, $r=45 \text{ km}$ 的速度方位廓线

(a) 02:21 UTC, $\epsilon(v_r)=0.47 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (b) 03:31 UTC, $\epsilon(v_r)=0.43 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

(图中光滑的曲线为经过 5 次 3 点平滑后的廓线)

图 2(a) 和图 2(b) 分别给出本文的多普勒速度资料的两条速度-方位廓线，从中可以看到原始多普勒速度资料存在不规则的速度脉动。根据平滑后的 v_r 与原始的 v_r 对比 (图 2 较光滑的那一条为平滑以后的结果)，可以得到原始速度资料存在平均约为 $0.4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 的脉动误差。由式 (5) 可知，相应的极坐标散度计算误差为： $\epsilon(D_{r_1}) \sim 6 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ， $\epsilon(D_{r_2}) \sim 4 \times (10^{-5} \sim 10^{-6}) \text{ s}^{-1}$ ， $\epsilon(D_i) \sim 1 \times (10^{-4} \sim 10^{-5}) \text{ s}^{-1}$ 。总体来看散度误差 $\epsilon(D) \cong 10^{-4} \sim 10^{-5}$ ，比散度 $D \cong 10^{-3} \sim 10^{-4}$ 小一个量级，只有在离雷达较近的地方 $\epsilon(D_i)$ 与 D_i 的量级相同。因此在理论上极坐标反演散度的方法是可行的。但必须指出，在雷达周围 $1 \sim 20 \text{ km}$ 的范围内，由于 D_i 对 v_i 的测量误差很敏感，反演的散度达不到必要的精度。

3 资料和个例概况

检验算法所用的资料是德国 1987 年 12 月 19 日一次冷锋过程的 02:21 UTC 和 03:31 UTC 两个时次的立体扫描资料,每个时次有 16 个仰角(从 0.7° 到 19.0°),最大不模糊距离为 100.2 km,最大不模糊速度为 $32.7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ [6].

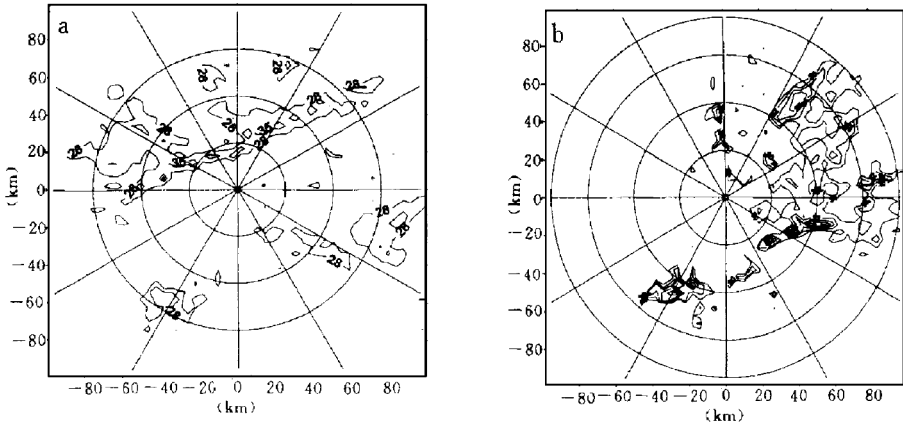


图 3 1987 年 12 月 19 日仰角为 1.3° 的两次雷达回波分布图

(a)02:21 UTC 回波强度大于 28 dBz (b)03:31 UTC 回波强度大于 30 dBz

图 3 是 02:21 UTC 和 03:31 UTC 两个时次 1.3° 仰角的雷达回波分布图,显示冷锋伴有一条狭长的雨带,02:21 UTC 地面冷锋位于雷达的西北部 25 km 处,03:31 UTC 地面冷锋位于雷达的东南部 50 km 处,锋面的走向大约为 ENE—WSW. 图 4 为相应的径向速度分布图,图中 ENE—WSW 走向的等值线成密集带,反映了锋面的存

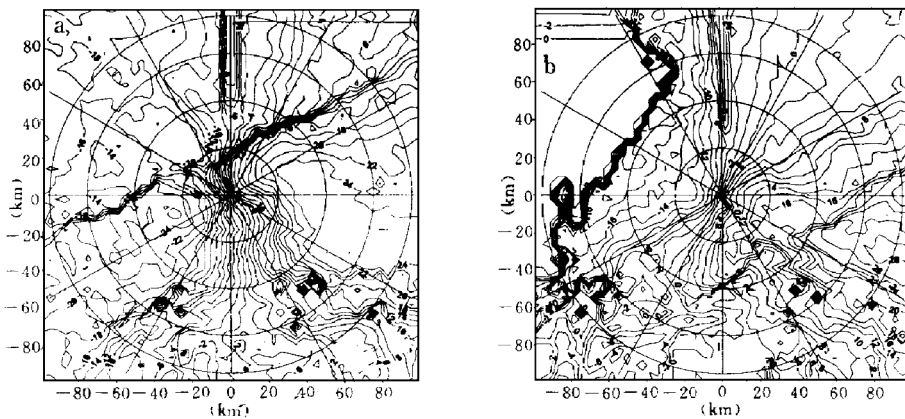


图 4 1987 年 12 月 19 日两个时次仰角 1.3° 径向速度等值线 (a)02:21 UTC (b)03:31 UTC

(雷达正北的密集线表示数据缺失,底图图半径分别为 25、50、75 和 95 km)

在. 在图 2 的速度-方位廓线图中, 02:21 UTC 方位角 35° 和 270° 的位置 v_r , 分别存在着较大的跳跃, 速度差达到 $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 表明冷锋在此处和距离圈相交; 03:31 UTC 方位角 150° 处风向发生转变, 表明此时冷锋已经移到雷达南部. 在计算散度时, 锋面附近速度的跳跃会使计算出的切向速度值变得非常大, 从而得到不合理的切向散度分量.

4 反演结果与讨论

由于原始多普勒速度资料存在缺测现象, 在反演过程中为了避免缺测对散度计算的影响, 计算时采取逐点判断并舍弃非成对点的方法. 所谓非成对点, 即扇形面积元边界的相对的两条弧上(或侧向径上)对应的两点的 v_r , 只要有一点缺测, 则认为这两点为非成对点. 在反演切向速度时, 还考虑了锋面附近风场的不连续性. 当计算切向速度两点的 v_r 之差大于 $7.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 也不参与计算.

表 1 计算散度的扇形面积元的大小

$r(\text{km})$	$10 < r < 25$	$26 < r < 45$	$45 < r < 90$
$\Delta r(\text{km})$	4	5	7
$\Delta \theta(\text{度})$	26	24	18

考虑到扇形面积元的大小影响反演散度的量级及误差. 随 r 的增大, 圆心角和 Δr 相同的扇形面积元边界的弧长将增大, 因而随 r 的增大应适当减小扇形圆心角 $\Delta \theta$ 和增大 Δr . 通过一些试验最后确定反演散度时扇形面积元的大小(如表 1 所示). 由于反演切向速度时局地风场均匀的假定, $\delta \theta$ 必须显著小于 $\Delta \theta$, 但为了减小 v_r 脉动的影响, $\delta \theta$ 又不宜太小, 计算中取 $\delta \theta = 3^\circ$. 另外, r 很小时反演散度的误差量级较大, 在 r 小于 10 km 时不作反演.

图 5 给出极坐标散度反演方法计算的 1.3° 仰角散度分布图. 从图中可见, 锋面地区

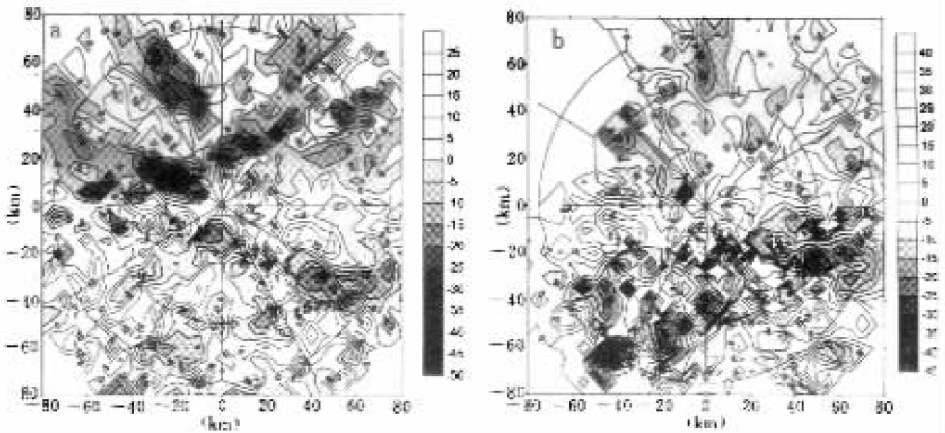


图 5 1987 年 12 月 19 日两个时次仰角 1.3° 的散度 (a) 02:21 UTC (b) 03:31 UTC

(图中标明的数值为实际散度值 $\times 10^4$, 单位为 s^{-1})

也相应的反演出了强的辐合带,与理论上锋面辐合带的特征相符.陶祖钰^[7]曾用 VAP 方法反演出这条冷锋附近的风场,从给出的两个时次的风场图(略)可以看到,锋面辐合流场从雷达的西北移到雷达的东南,散度计算结果与风场反演结果是一致的.另外,03:31 UTC 冷锋的走向在 130°方位处有一折角,东段的走向为东西方向,西段的走向为东北—西南方向.在散度图(图 5(b))中也反演出了锋面附近辐合带的走向在 130°方位处有相应的转折.

5 结 语

极坐标散度反演方法是在极坐标下利用多普勒雷达观测资料直接计算散度的方法.只有在计算切向散度分量时,切向速度是从径向速度分布中得到的.此方法计算量小,原理简单.误差分析及实例反演结果都表明极坐标散度反演方法可以基本反演出中尺度天气的水平散度特征.因此,极坐标散度反演方法对利用单多普勒雷达资料来获取风场散度信息来说,不失为有效而实用的.

致谢:本研究得到北京大学白洁同志的多方帮助和中国气象科学研究院的孙键同志在文字处理方面的帮助.

参 考 文 献

- 1 Lhermitte R M and Atlas D. Precipitation motion by pulse Doppler. Preprints Ninth Weather Conf., Amer. Meteor. Soc., 1961, 218~223.
- 2 Browning K A and Wexler R. The determination of kinematic properties of a wind field using Doppler radar. *J. Appl. Meteor.*, 1968, **7**: 105~113.
- 3 Waldteufel P and Corbin H. On the analysis of single Doppler data. *J. Appl. Meteor.*, 1979, **18**: 532~543.
- 4 Koscielny A J, Doviak R J and Rabin R. Statistical considerations in the estimation of divergence from single-Doppler radar and application to prestorm boundary layer observations. *J. Appl. Meteor.*, 1982, **21**: 197~210.
- 5 数学手册编写组. 数学手册. 北京:高等教育出版社, 1979. 443.
- 6 Hagen M. Retrieval of wind fields from Doppler measurements of a single radar and application on a cold front with narrow rain band. Ph D thesis of University Munchen, 1989.
- 7 陶祖钰. 从单多普勒雷达观测资料反演冷锋流场的试验. 热带气象学报, 1995, **11**(2): 142~149.

THE RETRIEVAL OF THE HORIZONTAL DIVERGENCE FIELD FROM A SINGLE DOPPLER RADAR VELOCITY FIELD

Liu Shuyuan

(Air Force Meteorological Center, Beijing 100843)

Tao Zuyu

(Laboratory for Severe Storm Research Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

Abstract

Polar coordinate divergence method is one of retrieving divergence from single Doppler radar velocity data in the polar coordinate. Using this method, we can retrieve the components of radial divergence and radial movement without any assumption. Only when calculating the component of tangential divergence, an assumption of a constant wind field within a small sector region is required to retrieve the tangential velocity. The error analysis shows that the calculating error is about one order of magnitude smaller than the retrieved divergence. A retrieving test of divergence is made in a cold front process. The result shows that the method could be applied in the analysis of mesoscale system.

Key words: Doppler radar Divergence in polar coordinates Cold front