

二参数 Weibull 分布函数对 近地层风速的拟合及应用*

杨维军 王 斌

(湖北省气象科学研究所, 武汉 430074)

提 要

该文用二参数 Weibull 分布函数对武汉地区 3 年近地层 5~146 m 塔层 6 个层次的风速进行拟合, 主要分析了分布函数中形状参数和尺度参数的获取方法. 通过与实际值的对比, 表明经验法优于最小二乘法. 运用此方法, 对近地层风能进行估算, 其结果与常规方法的最大相对误差为 2.7%, 最小仅为 0.1%. 并在最后讨论了风能的垂直分布规律.

关键词: Weibull 分布 风速拟合 风能估算 风能垂直分布

1 方法与资料

1.1 方法

二参数 Weibull 分布函数为:

$$P(V \leq V_c) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{V_c}{C}\right)^K\right] \quad (1)$$

其中 $P(V \leq V_c)$ 即为风速小于等于给定风速 V_c 的概率, V_c 为给定风速(m/s), C 为尺度参数, K 为形状参数. 分布函数的概率密度为:

$$f(V) = \frac{K}{C} \left(\frac{V}{C}\right)^{K-1} \exp\left[-\left(\frac{V}{C}\right)^K\right] \quad (2)$$

V 的数学期望:

$$E(V) = \int_0^{+\infty} V f(V) dV = C \Gamma\left(\frac{1}{K} + 1\right) \quad (3)$$

则有

$$E(V^2) = C^2 \Gamma\left(\frac{2}{K} + 1\right) \quad (4)$$

V 的方差:

$$\sigma_V^2 = E(V^2) - [E(V)]^2 \quad (5)$$

因此有下列关系式:

$$C = E(V) / \Gamma\left(\frac{1}{K} + 1\right) \doteq \bar{V} / \Gamma\left(\frac{1}{K} + 1\right) \quad (6)$$

* 1997-09-29 收到, 1997-11-24 收到修改稿.

$$C^2 = \sigma_v^2 / [\Gamma(1 + \frac{2}{K}) - (\Gamma(1 + \frac{1}{K}))^2] \quad (7)$$

其中 $\Gamma(\frac{1}{K}+1)$ 为 Gamma 函数. 文献[1]、[2]提出 K 值的经验公式为:

$$K = (\sigma_v/\bar{V})^{-1.086} \quad (8)$$

其中 σ_v 为风速标准差.

$$\Gamma(1 + \frac{1}{K}) = \frac{(K - 0.1863)^2 + 0.3704}{1.0321 K^2} \quad (9)$$

将式(6)、(7)、(8)、(9)组合联立后可得计算 K 、 C 值的方法.

1.1.1 方法 A:

$$\left. \begin{aligned} K &= (\sigma_v/\bar{V})^{-1.086} \\ C &= \bar{V}/\Gamma(1 + \frac{1}{K}) \\ \sigma_v^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (V_i - \bar{V})^2 \\ \bar{V} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

其中 Γ 函数值查表可得.

1.1.2 方法 B

$$\left. \begin{aligned} \Gamma(1 + \frac{1}{K}) &= \frac{(K - 0.1863)^2 + 0.3704}{1.0321 K^2} \\ C &= \bar{V}/\Gamma(1 + \frac{1}{K}) \\ C^2 &= \sigma_v^2 / [\Gamma(1 + \frac{2}{K}) - (\Gamma(1 + \frac{1}{K}))^2] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

1.1.3 方法 C:

即最小二乘法. 可对式(1)两端取两次自然对数后有

$$\ln[-\ln(1-P)] = K \ln V_c - K \ln C \quad (12)$$

令 $Y_i = \ln[-\ln(1-P)]$, $X_i = \ln V_i$, 则式(12)可写成如下形式:

$$Y_i = K X_i - b \quad (13)$$

其中 $b = K \ln C$, 对式(13)用最小二乘法拟合实测风速数据可求得 C 与 K 值.

1.2 资料

利用武汉 1980、1981、1982 年 3 年铁塔风测站资料, 即 5、15、30、62、86.8 和 146 m 6 个层次上的冬季(1 月)和夏季(7 月)EL-1 型电接风向风速仪连续观测资料.

2 K 、 C 值拟合结果

给定风速 V_c 分为: 1.5、2.5、……、19.5 和 20.5 m/s 以上等档. 评价误差:

$$R = |P_{i\text{计}} - P_{i\text{实}}| \times (P_{i\text{实}} - P_{(i-1)\text{实}}) \quad (14)$$

其中 $P_{i\text{计}}$ 为当 V_c 为第 i 档时风速概率的计算值, $P_{i\text{实}}$ 为实测的统计值, $P_{i\text{实}} - P_{(i-1)\text{实}}$ 为风速

在第 $i-1$ 档和第 i 档之间出现的概率, 最后将各档评价误差相加即得某季某高度的各方法的平均误差. 各 C 、 K 值拟合结果见表 1.

表 1 各种方法计算结果的误差

仪器号	高度 (m)	方法 A		方法 B		方法 C	
		冬	夏	冬	夏	冬	夏
1	146	0.0088	0.0052	0.0057	0.0052	0.0112	0.0110
5	86.8	0.0113	0.0261	0.0092	0.0294	0.0153	0.0171
7	62	0.0161	0.0085		0.0087	0.0186	0.0115
9	30	0.0031	0.0114	0.0040	0.0129	0.0040	0.0171
11	15	0.0140	0.0203	0.0163	0.0217	0.0142	0.0242
13	5	0.0062	0.0157	0.0073	0.0177	0.0055	0.0320
季平均误差		0.0099	0.0145	0.0085	0.0159	0.0115	0.0188
年平均误差		0.0122		0.0122		0.0172	

由表 1 可知, 方法 A、B 结果均好于方法 C. 方法 B 在计算上受到 K 值的取值范围所限, 62 m 处风速冬季概率拟合不出. 所以, 从适用上考虑以方法 A 最优, 并且计算也比较简单.

3 Weibull 风速分布函数在风能计算中的应用

3.1 风能实际统计值 W

忽略空气密度的变化, 利用风速自记资料直接统计某地的平均风能, 由下式计算:

$$W = \frac{1}{2} \rho \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i^3 \quad (15)$$

W 为风能 (W/m^3), V_i 为风速 (m/s), ρ 为空气密度 (kg/m^3).

3.2 风能的估计值 W'

用 Weibull 分布函数方法估计风能, 由式(3)可知

$$E(V^3) = \int_0^{+\infty} V^3 f(V) dV = C^3 \Gamma\left(\frac{3}{K} + 1\right) \quad (16)$$

则有

$$W' = \frac{1}{2} \rho e(V^3) = \frac{1}{2} \rho C^3 \Gamma\left(\frac{3}{K} + 1\right) \quad (17)$$

其中 C 、 K 值由方法 A 求得, 利用上述资料及式(14)、(17)计算得出如表 2 所列结果, 其中 e 为 W' 与 W 的相对误差.

由表 2 可知, 风能的估计值与实际值误差很小, 最大相对误差仅为 2.7%. 各层的拟合结果均较好, 这说明利用 Weibull 法估计风能是简便可行的.

表 2 风能统计值、估计值及误差

高度 (m)	1 月			7 月		
	$W(W/m^2)$	$W'(W/m^2)$	e	$W(W/m^2)$	$W'(W/m^2)$	e
5	45.772	45.070	0.015	17.786	17.552	0.013
15	81.363	79.368	0.025	40.387	39.770	0.015
30	116.993	115.183	0.015	64.473	63.311	0.018
62	196.841	200.425	0.018	94.556	94.157	0.004
86.8	234.504	240.892	0.027	110.294	111.453	0.011
146	229.812	230.488	0.003	154.379	154.557	0.001

3.3 风能的垂直分布

根据表 2 结果可绘得图 1. 很明显,从 1 月份风能垂直变化来看,低层风能随高度增加很快,大约 60 m 后,增加缓慢,80 m 以上,风能随高度渐小;7 月份变化也相似,下层风能随高度急增,到了上层,虽不象 1 月份那样减小,但增加缓慢. 这表明,低层风能随高度增加很快,到了上层则是缓慢增加甚至减小.

这种风能垂直分布的特点是与各季大风以及其持续时间、出现次数密切相关的. 图 2 给出风频率的垂直变化曲线,从图中可见 7 月份各高度上的风速频率 $B(3.0 \leq V < 6.0 \text{ m/s})$ 大于 1 月份各对应高度的风速频率 B ,但 7 月大风频率 D 线却明显左偏. 从频

率分布看频率 B 7 月比 1 月高,但风能却比 1 月小. 这说明小风对风能的贡献较小. 图 2 中 E 为大于等于 6.0 m/s 的风频率线,显然 1 月比 7 月大,且各季 E 线与其风能的垂直变化曲线十分相似. 这种规律表明,大风频率的大小对风能的大小起主要作用. 实际上,风能与风速的 3 次方成正比,也说明了这一点.

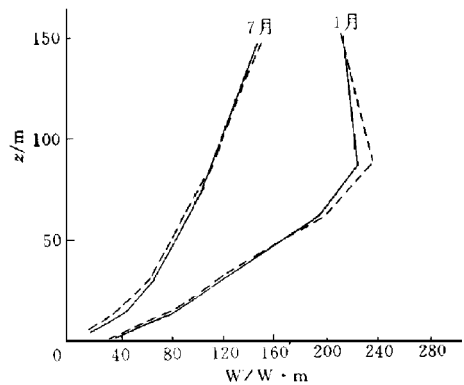


图 1 风能的垂直分布
(实线:风能的实际值;虚线:风能的估计值)

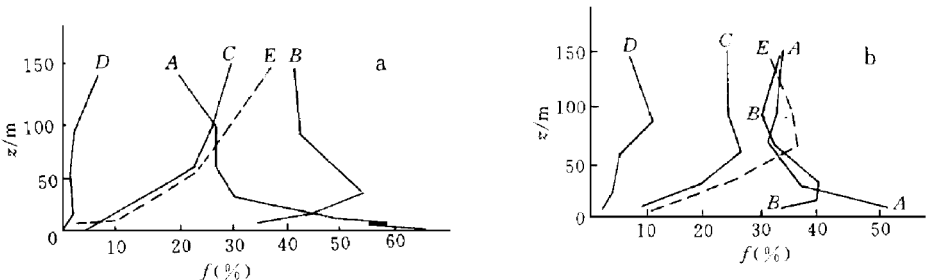


图 2 风速频率的垂直变化 (a)7 月 (b)1 月

(A: $V < 3.0 \text{ m/s}$ B: $3.0 \leq V < 6.0 \text{ m/s}$ C: $6.0 \leq V < 10.0 \text{ m/s}$ D: $V \geq 10.0 \text{ m/s}$ E: $V \geq 6.0 \text{ m/s}$)

4 结 论

(1)利用 Weibull 分布函数拟合风速分布简便可行,确定 K 、 C 值用本文提到的经验方法 A 计算,其结果优于常用的最小二乘法.文献[2]提出的方法 B 虽也有较好的结果,但计算上受到限制,有一定局限性.

(2)用 Weibull 方法估计风能,与实际值的最大误差仅为 2.7%.因此,Weibull 分布函数在风能估算方面是一个简单、适用的方法.

(3)风能的垂直分布表现为:风能随高度的变化在 30 m 以下增加很快,30 m 以上缓慢增加甚至减小.风能的大小由大风出现次数决定,其垂直分布与大于 6.0 m/s 的风速频率垂直分布一致.

参 考 文 献

- 1 薛桁.风能研究中的一些基本问题.应用气候讲习班印,1981.
- 2 国家环保局,中国环境科学研究院.城市大气污染总量控制方法手册.北京:中国环境科学出版社,1991.75~76.

FITTING TO WIND VELOCITY OF SURFACE LAYER USING TWO-PARAMETER WEIBULL DISTRIBUTION FUNCTION AND ITS APPLICATION

Yang Weijun Wang Bin

(Hubei Research Institute of Meteorological Science, Wuhan 430074)

Abstract

By fitting to surface wind velocity at 5—146 m tower height, divided into six layers for three years in Wuhan, several methods for obtaining shape and scale parameters of the distribution function are analyzed with two-parameter Weibull distribution function. In comparison with the observational data, it is shown that the empirical method is better than the least square method. Using the empirical method to estimate the wind energy of surface layer, the maximum relative errors is 2.7% and the minimum one is only 0.1% in comparison with the conventional method. At last, the vertical distribution law of wind energy is discussed.

Key words: Weibull distribution Fitting to wind velocity Estimation of wind energy
Vertical distribution of wind energy