

青藏高原大地形的动力、热力作用与低频振荡*

刘式适¹⁾ 柏晶瑜²⁾

徐祥德²⁾ 李黎明¹⁾

1)(北京大学地球物理系, 北京 100871)

2)(中国气象科学研究院, 北京 100081)

提 要

在对青藏高原大地形的动力和热力作用作物理分析的基础上, 着重分析了青藏高原大地形的高度、地形坡度和非绝热加热对中高纬低频振荡的影响, 指出: 青藏高原大地形的高度、合适的地形坡度和地形加热都可以促进低频振荡的形成, 而且, 这些因子都会影响低频 Rossby 波的稳定性.

关键词: 青藏高原 大地形 低频振荡

引 言

早在 70 年代初期, Madden 和 Julian^[1]就利用 1957~1967 年 Canton 岛的 10 年观测资料, 通过谱分析的方法首先发现热带大气风场和气压场变化中存在着 40~50 天周期的低频振荡. 后来广泛而深入的研究又证实在全球热带地区都存在着 40~50 天周期的低频振荡.

中高纬度地区低频振荡的存在最早可见于 Anderson 等^[2]关于角动量输送的研究中, 后来, Krishnamurti 等^[3]指出 30~60 天的周期振荡是一种全球大气变化现象. 广泛的研究^[4]表明: 中高纬度大气的低频振荡具有正压结构, 且呈现二维波列的特征.

1 基本方程组

考虑青藏高原存在地形高度 $h_s(x, y)$ 、摩擦和非绝热加热 Q , 浅水模式方程组可以写为:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) u - fv = - \frac{\partial \Phi}{\partial x} - ru \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) v - fu = - \frac{\partial \Phi}{\partial y} - rv \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) (\Phi - \Phi_s) + (\Phi - \Phi_s) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - Q \end{cases} \quad (1)$$

式中假设摩擦为 Rayleigh 摩擦, 即 $\bar{F} = -r\bar{V}$, 其中 r 为摩擦系数, 设为 $r = 1/t_D$ (t_D 为一耗

* 本文得到攀登项目“青藏高原地-气系统物理过程观测和理论研究”课题和高等学校博士学科点专项科研基金的资助.
1999-02-08 收到, 1999-04-26 收到修改稿.

散的时间尺度).

$$\varphi = gh, \varphi_s = gh_s$$

分别表示自由面高度 $h(x, y, t)$ 和地形高度 $h_s(x, y)$ 上的重力位势.

方程组(1)的获得已经应用了含地形的下边界垂直运动 w_s 的条件, 即 $z = h_s(x, y)$ 有

$$w_s = u \frac{\partial h_s}{\partial x} + v \frac{\partial h_s}{\partial y}$$

上式右端第 1 项主要表征大地形的气流爬坡作用. 在中高纬度的自由大气, $u > 0$, 则在大地形的西侧(迎风坡), $\frac{\partial h_s}{\partial x} > 0$, 因而 $w_s > 0$, 有上升运动; 而在大地形的东侧(背风坡), $\frac{\partial h_s}{\partial x} < 0$, 因而 $w_s < 0$, 有下沉运动. 所以, 由于基本西风和大地形的东西坡度, 在大地形西侧有上升运动、东侧有下沉运动. 上式右端第 2 项主要表征大地形的气流绕流作用. 在大地形的北坡, $\frac{\partial h_s}{\partial y} < 0$, 当西风气流被迫绕行时, 在北坡西侧($v > 0$)产生下沉运动($w_s < 0$), 在北坡东侧($v < 0$)产生上升运动($w_s > 0$); 而在大地形的南坡, $\frac{\partial h_s}{\partial y} > 0$, 当西风气流被迫绕行时, 在南坡西侧($v < 0$)产生下沉运动($w_s < 0$), 在南坡东侧($v > 0$)产生上升运动($w_s > 0$). 所以, 由于绕流和大地形的南北坡度, 在大地形的西侧有下沉运动、东侧有上升运动.

对于青藏高原的大地形, 通常认为 $|\frac{\partial h_s}{\partial y}| > |\frac{\partial h_s}{\partial x}|$, 因而, 通常认为青藏高原的大地形以绕流为主, 其东侧有利于对流的产生, 是水平辐合的($D \approx \frac{\partial v}{\partial y} < 0$).

大量的观测事实表明: 青藏高原在夏季是热源, 高原的温度高于附近空气的温度. 正由于此, 夏季的高原有利于水平辐合抬升.

基于上述分析, 我们把方程组(1)中的非绝热加热 Q 表示为:

$$Q = -\eta(\varphi - \varphi_s)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \quad 0 < \eta < 1$$

其中 η 为加热强度系数

这样, 包含地形坡度、摩擦和加热的浅水模式方程组(1)可以写为:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right)u - fv = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} - ru \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right)v + fu = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} - rv \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right)(\varphi - \varphi_s) + (1 - \eta)(\varphi - \varphi_s)\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

该方程组的准地转模式方程组为:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right)(f + \zeta) = -f_0 D - r\zeta \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right)(\psi - \psi_s) + \frac{c_0^2}{f_0} D = 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, v = \frac{\partial \psi}{\partial x}, \zeta = \nabla^2 \psi \\ \psi = \varphi/f_0, \psi_s = \varphi_s/f_0 \end{cases}$$

D 为一级近似的水平散度, $c_0^*{}^2 = (1 - \eta)c_0^2$, $c_0^2 = g(H - H_s)$, H 和 H_s 分别为自由面和大地的平均高度.

方程组(3)的两个方程消去 D , 得到

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y}\right) q^* = -r\zeta \quad (4)$$

其中

$$q^* = f + \zeta - \lambda_0^2(\psi - \psi_s), \lambda_0^2 = \frac{f_0^2}{c_0^*{}^2} = \frac{1}{1 - \eta}\lambda_0^2, \lambda_0^2 = \frac{f_0^2}{c_0^2}$$

方程(2)、(3)和(4)就是我们分析青藏高原大地形动力、热力作用与低频振荡的基本方程.

2 缓变波包分析

假定物理量分解为沿纬圈平均的基本部分(记为“ $\bar{\quad}$ ”)和扰动部分(记为“ \prime ”), 即

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi = \bar{\psi} + \psi', u = \bar{u} + u', v = v', (\bar{u} = -\frac{\partial \bar{\psi}}{\partial y}, u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial y}, v' = \frac{\partial \psi'}{\partial x}) \\ \zeta = \bar{\zeta} + \zeta', (\bar{\zeta} = \nabla_h^2 \bar{\psi} = -\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}, \zeta' = \nabla_h^2 \psi') \end{array} \right.$$

上式代入方程(4), 得到线性化的扰动方程为

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x}\right) \nabla_h^2 \psi' - \lambda_0^2 \frac{\partial \psi'}{\partial t} + (\beta_0 + \beta_1 - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}) \frac{\partial \psi'}{\partial x} = -r \nabla_h^2 \psi' \quad (5)$$

其中 β_0 为 Rossby 参数的特征值, $\beta_1 = \lambda_0^2 \frac{\partial \psi_s}{\partial y}$, 表示地形南北坡度的作用, 记 $B = \beta_0 + \beta_1 -$

$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}$, 并应用缓变波包理论, 设

$$\psi' = A(X, Y, T) e^{i\theta(x, y, t)} \quad (6)$$

$$X = \epsilon x, Y = \epsilon y, T = \epsilon t, \theta = kx + ly - \omega t$$

ϵ 为小参数, k 和 l 分别是 x 和 y 方向上的波数, ω 为圆频率, θ 为位相函数. 式(6)代入方程(5), 再应用小参数方法, 令

$$A = A_0 + \epsilon A_1 + \epsilon^2 A_2 + \dots$$

这里 A_0, A_1, A_2, \dots 分别表示 A 的零级、一级、二级……近似.

这样, 我们求得(5)的零级近似方程为

$$\left| (\omega - k\bar{u})K^2 + (B + \lambda_0^2 \bar{u})k + irK_h^2 \right| A_0 = 0$$

因 $A_0 \neq 0$, 则求得频散关系为

$$\omega = k\bar{u} - \frac{k(B + \lambda_0^2 \bar{u})}{K^2} - ir \frac{K_h^2}{K^2} \quad (7)$$

其中: $K_h^2 = k^2 + l^2$; $K^2 = K_h^2 + \lambda_0^2$

由式(7)看到, 摩擦明显地起耗散的作用, 若忽略摩擦, 则式(7)化为:

$$\omega = k\bar{u} - \frac{B^* k}{K^2}, B^* = B + \lambda_0^2 \bar{u}$$

由此求得 x 方向上的相速度 c_x 为

$$c_x \equiv \frac{\omega}{k} = \bar{u} - \frac{B^*}{K^2}$$

x 和 y 方向上的群速度 c_{gx} 和 c_{gy} 分别为

$$\begin{cases} c_{gx} \equiv \frac{\partial \omega}{\partial k} = \bar{u} - \frac{B^*}{K^2} + \frac{2k^2 B^*}{K^4} = c_x + \frac{2k^2 B^*}{K^4} \\ c_{gy} \equiv \frac{\partial \omega}{\partial l} = \frac{2kl B^*}{K^4} \end{cases} \quad (8)$$

由式(8)我们求得

$$(c_{gx} - c_x)^2 + c_{gy}^2 = R^2$$

$$\text{其中: } R = \frac{2kK_h B^*}{K^4}$$

在 (c_{gx}, c_{gy}) 的平面图上, 上式表示以 $A(c_x, 0)$ 为圆心, 半径为 R 的圆, 见图 1. 在图中 \vec{OA} 表示 $c_x \vec{i}$, \vec{OB} 表示群速度矢量, 即 Rossby 能量传播的方向, \vec{AB} 表示 Rossby 波的传播方向.

式(5)的一级近似方程为:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial}{\partial T} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial X} \right) (K^2 A_0) - (\omega - k\bar{u}) (2k \frac{\partial A_0}{\partial X} \\ & + 2l \frac{\partial A_0}{\partial Y} + A_0 \frac{\partial k}{\partial X} + A_0 \frac{\partial l}{\partial Y}) - B^* \frac{\partial A_0}{\partial X} \\ & = -rK_h^2 A_0 \end{aligned} \quad (9)$$

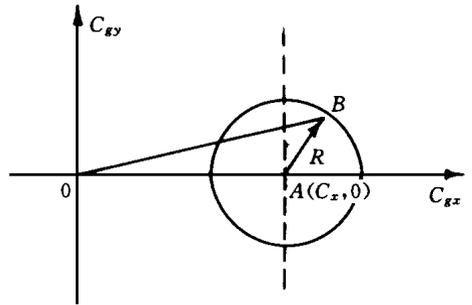


图 1 方程(8)的几何解释

引入 Rossby 波的波能密度 $E = \frac{1}{2} K^2 |A_0|^2$

则方程(9)可以化为

$$\frac{\partial E}{\partial T} + \frac{\partial E c_{gx}}{\partial X} + \frac{\partial E c_{gy}}{\partial Y} = |A_0|^2 k l \frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} - rK_h^2 |A_0|^2 \quad (10)$$

而且不难求得

$$\frac{\partial K_h^2}{\partial T} + c_{gx} \frac{\partial K_h^2}{\partial X} + c_{gy} \frac{\partial K_h^2}{\partial Y} = -2kl \frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} + \frac{2kl}{K^2} \frac{\partial B^*}{\partial Y} \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial T} (\tan \alpha) + c_{gx} \frac{\partial}{\partial X} (\tan \alpha) + c_{gy} \frac{\partial}{\partial Y} (\tan \alpha) = -\frac{k^2}{l^2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} - \frac{1}{K^2} \frac{\partial B^*}{\partial Y} \right) \quad (12)$$

其中: $\tan \alpha = -\frac{k}{l}$, 为二维 Rossby 波等位相线的斜率.

对于有限区域 Σ 内的扰动, 设扰动在区域边界上为零, 则式(10)积分得到

$$\frac{\partial}{\partial T} \iint_{\Sigma} E d\Sigma = \iint_{\Sigma} |A_0|^2 k l \frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} d\Sigma - \iint_{\Sigma} rK_h^2 |A_0|^2 d\Sigma$$

由此便知, 摩擦恒使有限区域内的扰动能量减小, 而 Rossby 波的螺旋结构和纬向基流的配置决定了扰动能量的变化. 对此, 曾庆存^[5]已作了详尽的研究, 这里不再叙述, 我们重点阐述大地形对 Rossby 波的影响.

考虑到 $B = \beta_0 + \beta_1 - \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}$, 则式(11)和式(12)中右端与大地形有关的部分分别为

$$\begin{cases} \frac{2kl}{K^2} \left(\frac{\partial B^*}{\partial Y} \right)_s = \frac{2kl}{K^2} \cdot \frac{\partial \beta_1}{\partial Y} \\ \frac{k^2}{l^2} \cdot \frac{1}{K^2} \left(\frac{\partial B^*}{\partial Y} \right)_s = \frac{k^2}{l^2} \cdot \frac{1}{K^2} \cdot \frac{\partial \beta_1}{\partial Y} \end{cases}$$

由于大地形南坡 $\beta_1 > 0$, 北坡 $\beta_1 < 0$, 因而 $\frac{\partial \beta_1}{\partial Y} < 0$. 则由式(11)和式(12)可知: 青藏高原大地形的南北坡度经常使得 Rossby 波的槽脊线斜率减小, 因而原先的导式槽脊线(西北—东南走向, k, l 同号)通过青藏高原后而趋向于南北走向, 而原先的曳式槽脊线(东北—西南走向, k, l 异号)通过青藏高原而趋于东西走向, 出现叶笃正等^[6]所说的横槽. 青藏高原大地形的南北坡度使得导式 Rossby 波的全波数减小, 因而波长增加; 使得曳式 Rossby 波的全波数增加, 因而波长减小.

利用式(6), 我们不难求得动量的经向输送能量的零级近似为

$$\overline{u'v'} = -\frac{1}{2}kl|A_0|^2$$

因而在低纬的风速的低频变化可以通过向北的动量输送, 形成中高纬度风速的低频变化.

3 低频振荡分析

我们应用方程组(2)来分析高原对低频振荡的影响. 为了滤去高频波, 我们引进滤波参数 δ , 又不考虑摩擦, 则方程组(2)化为

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) u - fv = -\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x} \\ \delta \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) v + fv = -\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) (\Phi - \mathcal{Q}_s) + (1 - \eta) (\Phi - \mathcal{Q}_s) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (13)$$

$\delta = 0$ 称为低频近似或长波近似, 令

$$u = \bar{u} + u', v = v', \Phi = \mathcal{P} + \mathcal{Q} \quad (14)$$

显然有

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial y} = -f\bar{u} \quad \frac{\partial \mathcal{Q}_s}{\partial y} = g \frac{\partial h_s}{\partial y}$$

在上式中, 取 $f = f_0, \bar{u} = \text{常数}, \partial h_s / \partial y = \text{常数}$, 则有

$$\mathcal{P} = \mathcal{Q}_0 - a_0 y, \quad \mathcal{Q}_s = \mathcal{Q}_{s0} + a_1 y$$

其中 \mathcal{Q}_0 和 \mathcal{Q}_{s0} 为 $y = 0$ 处的 \mathcal{P} 和 \mathcal{Q}_s , 且 $a_0 = f_0 \bar{u}, a_1 = \frac{\partial \mathcal{Q}_s}{\partial y}$.

式(14)代入方程组(13), 得到线性化的方程组:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) u' - fv' = -\frac{\partial \mathcal{P}'}{\partial x} \\ \delta \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) v' + fu' = -\frac{\partial \mathcal{P}'}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \mathcal{P}' - (a_0 + a_1)v' + (1 - \eta) [c_0^2 - (a_0 + a_1)y] \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} \right) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

其中 $c_0^2 = \bar{Q}_0 - \bar{Q}_0 \approx g(H - H_s)$.

方程组(15)的头两式消去 ϕ , 得到

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 \frac{\partial}{\partial y} - f \frac{\partial}{\partial x} \right] u' = \left[\delta \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial x} + f \frac{\partial}{\partial y} + \beta_0 \right] v' \quad (16)$$

方程组(15)的第一、第三两式消去 ϕ , 得到

$$\left\{ \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) - (1 - \eta) [c_0^2 - (a_0 + a_1)y] \right\} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u' = \left\{ f \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) + (1 - \eta) [c_0^2 - (a_0 + a_1)y] \right\} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} v' - (a_0 + a_1) \frac{\partial}{\partial x} v' \quad (17)$$

(16)和(17)两式消去 u' , 得到

$$\mathcal{L} v' = 0 \quad (18)$$

其中: $\mathcal{L} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\{ \delta \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 - (1 - \eta) [c_0^2 - (a_0 + a_1)y] \left(\delta \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + f_0^2 + \beta_0 \bar{u} + [2(a_0 + a_1) + \beta_0 \bar{u}y] \frac{\partial}{\partial y} \right\} - \left\{ \beta_0 (1 - \eta) [c_0^2 - (a_0 + a_1)y] + f_0(a_0 + a_1) \right\} \frac{\partial}{\partial x}$ (19)

为了滤去高频波, 我们取 $\delta = 0$, 则式(19)化为

$$\mathcal{L} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\{ - (1 - \eta) [c_0^2 - (a_0 + a_1)y] \frac{\partial^2}{\partial y^2} + f_0^2 + \beta_0 \bar{u} + [2(a_0 + a_1) + \beta_0 \bar{u}y] \frac{\partial}{\partial y} \right\} - \left\{ \beta_0 (1 - \eta) [c_0^2 - (a_0 + a_1)y] + f_0(a_0 + a_1) \right\} \frac{\partial}{\partial x} \quad (20)$$

由此可见, $\delta = 0$ 也就是低频近似或者 x 方向的长波近似.

下面, 我们求解方程(18), 其中算子 \mathcal{L} 为式(20). 分两种情况说明:

(1) $\bar{u} = 0$

此时的式(20)化为

$$\mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ - (1 - \eta) (c_0^2 - a_1 y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} + f_0^2 + 2a_1 \frac{\partial}{\partial y} \right\} - \left\{ \beta_0 (1 - \eta) (c_0^2 - a_1 y) + f_0 a_1 \right\} \frac{\partial}{\partial x} \quad (21)$$

① 若不考虑 $a_1 y$ 和 $2a_1 \frac{\partial}{\partial y}$ 项, 但 $f_0 a_1$ 项保留, 则

$$\mathcal{L} = \frac{\partial}{\partial t} \left\{ - (1 - \eta) c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + f_0^2 \right\} - \left\{ \beta_0 (1 - \eta) c_0^2 + f_0 a_1 \right\} \frac{\partial}{\partial x} \quad (22)$$

此时的方程(18)为常系数方程, 可令

$$v' = \hat{v} e^{i(kx + ly - \omega t)} \quad (23)$$

其中 k 和 l 分别是 x 和 y 方向上的波数, ω 为圆频率.

式(23)代入方程(18)(算子用(22))求得

$$\omega_0 = - \frac{k \left[\beta_0 + \frac{f_0 a_1}{(1 - \eta) c_0^2} \right]}{l^2 + \frac{f_0^2}{(1 - \eta) c_0^2}} \quad (24)$$

这就是含地形、地形坡度和地形加热的长 Rossby 波的圆频率.

在无地形($c_0^2 = gH \equiv c_{00}^2$)、无地形坡度($a_1 = 0$)和无地形加热($\eta = 0$)时,式(24)化为

$$\omega_{00} = - \frac{\beta_0 k}{l^2 + f_0^2/c_{00}^2}$$

这就是一般长 Rossby 波的圆频率。

若考虑平均地形,即 $a_1 = 0$, 但 $c_0^2 = g(H - \overline{H_s})$, 则式(24)化为

$$\omega_{01} = - \frac{\beta_0 k}{l^2 + f_0^2/[(1 - \eta) c_0^2]} \tag{25}$$

因为 $(1 - \eta) c_0^2 \ll c_{00}^2$, 因而

$$|\omega_{01}| \ll |\omega_{00}|$$

由此可见,地形本身和地形加热有利于低频波的形成。

至于地形坡度 a_1 , 由式(24)知,它影响 ω_0 的大小. 不过通常 $\frac{\partial \overline{H_s}}{\partial y} = 3 \times 10^{-3}$, 由此算得

$$O\left(\frac{f_0 a_1}{(1 - \eta) c_0^2}\right) = O(\beta_0), \text{ 即地形坡度的作用与 } \beta_0 \text{ 作用同量级.}$$

② 若不作简化,此时可令

$$v' = V(y) e^{i(kx - \omega_0 t)}$$

代入方程(18)(应用算子(21))得到

$$(A_0 y + B_0) \frac{d^2 V}{dy^2} + (A_1 y + B_1) \frac{dV}{dy} + (A_2 y + B_2) V = 0 \tag{26}$$

其中

$$\left\{ \begin{aligned} A_0 &\equiv - (1 - \eta) a_1, B_0 = (1 - \eta) c_0^2, A_1 = 0 \\ B_1 &= - 2a_1, A_2 = \frac{\beta_0 k a_1 (1 - \eta)}{\omega}, B_2 = - \left\{ f_0^2 + \frac{k[\beta_0 (1 - \eta) c_0^2 + f_0 a_1]}{\omega} \right\} \end{aligned} \right.$$

若无地形坡度, $a_1 = 0$ 则 $A_0 = B_1 = A_2 = 0$, 方程(26)化为

$$\frac{d^2 V}{dy^2} + \frac{B_2}{B_0} V = 0$$

若 $B_2/B_0 = l^2$, 则得到式(25)。

考虑地形坡度, 方程(26)为 Laplace 型方程, 若令

$$V = W e^{p y}, y = \lambda_0 \xi + \lambda_1$$

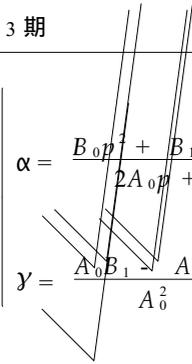
其中

$$\left\{ \begin{aligned} p &= - \frac{1}{2A_0} (A_1 + \sqrt{A_1^2 - 4A_0 A_2}) = - \frac{-A_0 A_2}{A_0} \\ \lambda_0 &= - \frac{A_0}{2A_0 p + A_1} = - \frac{1}{2p}, \lambda_1 = - \frac{B_0}{A_0} \end{aligned} \right.$$

则方程(26)化为下列合流超比方程

$$\xi \frac{d^2 W}{d\xi^2} + (\gamma - \xi) \frac{dW}{d\xi} - \alpha W = 0 \tag{27}$$

其中



$$\alpha = \frac{B_0 p_1 + B_1 p + B_2}{2A_0 p + A_1} = \frac{A_2 B_0 - A_0 B_2 + B_1}{2A_0 - A_0 A_2} = \frac{f_0^2 \omega + f_0 k a_1 + 2\omega \frac{\beta_0 k a_1^2}{\omega}}{2(1 - \eta)\omega \frac{\beta_0 k a_1^2}{\omega}}$$

$$\gamma = \frac{A_0 B_1 + A_1 B_0}{A_0^2} = \frac{B_1}{A_0} = \frac{2}{1 - \eta}$$

方程(27)满足 $W|_{\xi=0} < \infty, W|_{\xi \rightarrow \infty} \sim \xi^n$ 的本征值为

$$\alpha = -n(n = 0, 1, 2, \dots) \quad (29)$$

相应的本征函数为

$$W = S_n^\mu(\xi) = \frac{(\mu + 1)_n}{n!} F(-n, \mu + 1, \xi)$$

其中

$$\gamma = \mu + 1, (\mu + 1)_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ (\mu + 1)(\mu + 2) \dots (\mu + n), & n \geq 1 \end{cases}$$

$S_n^\mu(\xi)$ 为 Sonine 多项式, $F(\alpha, \gamma, \xi)$ 为第一类合流超比函数。

式(28)中的 α 代入到式(29)得到

$$f_0^4 \omega^2 + 2k[f_0^3 a_1 - 2(n + 1 - n\eta)^2 \beta_0 a_1^2] \omega + f_0^2 k^2 a_1^2 = 0$$

由此求得

$$\omega = -\frac{k}{f_0^4} \{ f_0^3 a_1 - 2(n + 1 - n\eta)^2 \beta_0 a_1^2 \} \pm \sqrt{(n + 1 - n\eta)^2 \beta_0 a_1^2 [(n + 1 - n\eta)^2 \beta_0 a_1^2 - f_0^3 a_1]}$$

从上式看到, 考虑了地形坡度和地形加热不但会改变 ω 的数值, 而且会影响 Rossby 波的稳定性。地形加热强度越小, Rossby 波越易稳定, 北坡($a_1 < 0$)一定是稳定的, 南坡($a_1 > 0$)只有满足条件

$$a_1 > \frac{f_0^3}{(n + 1 - n\eta)^2 \beta_0}$$

才是稳定的, 而且 a_1 的数值越大, Rossby 波越稳定。

(2) $\bar{u} \neq 0$

此时, 若不考虑 $(a_0 + a_1)y$ 和 $[2(a_0 + a_1) + \beta_0 \bar{u}y] \frac{\partial}{\partial y}$ 项, 则式(20)化为

$$\mathcal{L} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \right) \left\{ - (1 - \eta) c_0^2 \frac{\partial^2}{\partial y^2} + f_0^2 + \beta_0 \bar{u} \right\} - \left\{ \beta_0 (1 - \eta) c_0^2 + f_0 (a_0 + a_1) \right\} \frac{\partial}{\partial x}$$

此时的方程(18)为常系数方程, 以式(23)代入, 求得

$$\omega = k\bar{u} - \frac{k[\beta_0 + \frac{f_0(a_0 + a_1)}{(1 - \eta)c_0^2}]}{l^2 + \frac{f_0^2 + \beta_0 \bar{u}}{(1 - \eta)c_0^2}}$$

这就是存在基本气流的情况下, 含地形、地形坡度和地形加热的长 Rossby 波的圆频率, 而波的周期为

$$T^* \equiv \frac{2\pi}{\omega}$$

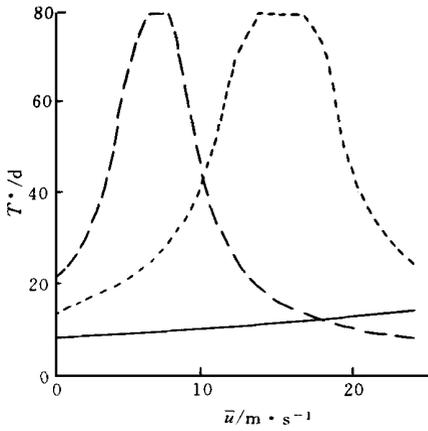


图 2 T^* 随 \bar{u} 的变化($\bar{u} > 0$) (实线、点线、虚线分别表示纬向波数 1, 2, 3, 周期超过 80 天的点均取为 80 天)

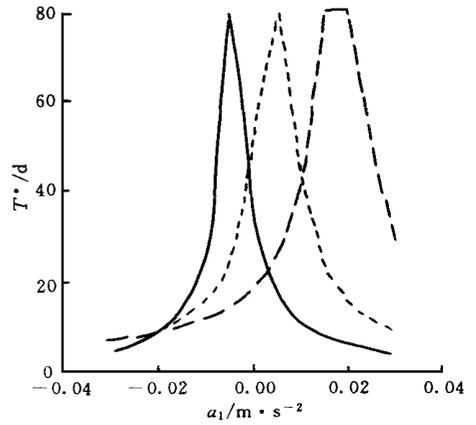


图 3 T^* 随 a_1 的变化(说明同图 2)

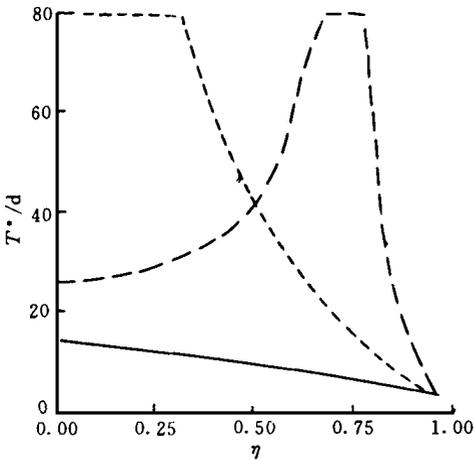


图 4 T^* 随 η 的变化(说明同图 2)

由此, 我们可知 T 随 \bar{u} , a_1 和 η 的变化而变化. 图 2, 图 3 和图 4 分别给出了 T^* 随 \bar{u} , T 随 a_1 和 T^* 随 η 的变化. 从图 2 可看出, 在一般加热情况(取 $\eta = 0.5$), $a_1 = 0.01 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, 纬向 2 波在 $\bar{u} = 10 \sim 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, 纬向 3 波在 $\bar{u} = 5 \sim 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 有利于季节内振荡. 从图 3 可看出: 在一般加热(取 $\eta = 0.5$) 和一般西风(取 $\bar{u} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) 情况下, 地形坡度均有利于季节内振荡的形成, 特别是南坡的 3 波情况更是如此. 从图 4 看出: 在一般西风(取 $\bar{u} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$) 和平均地形坡度(取 $a_1 = g \frac{\partial h_s}{\partial y} = 0.01 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) 的情况下, 中等程度的加热($\eta = 0.25 \sim 0.75$) 下的纬向 2 波和 3 波有利于季节内振荡的形成.

参考文献

- 1 Madden R D, Julian P. Detection of 40- 50 day oscillation in the zonal wind in the tropical Pacific. *J. Atmos. Sci.*, 1971, **28**: 702~ 708.
- 2 Anderson J R, Rosen R D. The latitude height structure of 40- 50 day variations in atmospheric angular momentum. *J. Atmos. Sci.*, 1983, **40**: 1584~ 1591.
- 3 Krishnamurti T N, et al. On the structure of the 30- 50 day mode over the global during FGGE. *Tellus*, 1985, **37** (A): 336~ 360.

- 4 李崇银. 大气低频振荡. 北京: 气象出版社, 1993.
- 5 Zeng Qingcun(曾庆存). On the evolution and interaction of disturbances and zonal flow in rotating barotropic atmosphere. *J. Meteor. Soc. Japan*, 1982, **60**: 24~ 31.
- 6 叶笃正, 高由禧. 青藏高原气象学. 北京: 科学出版社, 1979. 278.

DYNAMIC AND THERMODYNAMIC EFFECTS OF THE TIBETAN PLATEAU AND THE LOW-FREQUENCY FLUCTUATION

Liu Shikuo¹⁾ Bai Jingyu²⁾ Xu Xiangde²⁾ Li Liming¹⁾

1)(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100871)

2)(Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081)

Abstract

Based on the physical analysis of the dynamic and thermodynamic effects of the Tibetan Plateau, the influence of the height, orographic slope and diabatic heating of the Tibetan Plateau on the low-frequency fluctuation at the middle and high latitudes is examined. The results indicate that the height, proper orographic slope and diabatic heating of the Tibetan Plateau can facilitate the generation of the low-frequency fluctuation and affect the stability of the low-frequency Rossby wave.

Key words: Tibetan Plateau Large-scale orography Low-frequency fluctuation