

# 垂直网格计算频散性的研究\*

刘宇迪 朱红伟

(解放军理工大学气象学院,南京 211101)

## 提 要

在线性斜压原始方程组的基础上,从频率和群速方面讨论了几种垂直跳点网格和时间—垂直跳点网格的计算频散性,并指出了出现错误群速的垂直尺度范围。以便为原始方程大气模式选取垂直网格提供指导。

关键词:垂直网格 频率 群速 尺度范围

## 引 言

设计大气模式时,需要考虑变量的水平配置和垂直配置。关于变量的水平配置已在文献[1]中详细讨论过了,但关于变量的垂直配置,还未有人系统地讨论过。本文就目前出现的几种垂直网格进行一番比较。

大气模式中使用的垂直网格有以下几种:(1) Lorenz 跳点网格,简称 L 网格,是大气模式中广泛使用的一种垂直网格,它是将水平速度和温度放在同一层上,垂直速度放在中间层上,具体变量配置见图1。这种网格的优点在于它容易维持守恒定律;(2) Charney-Phillips 跳点网格(简称 CP 网格),这也是大气模式中广泛使用的一种垂直网格,它是将垂

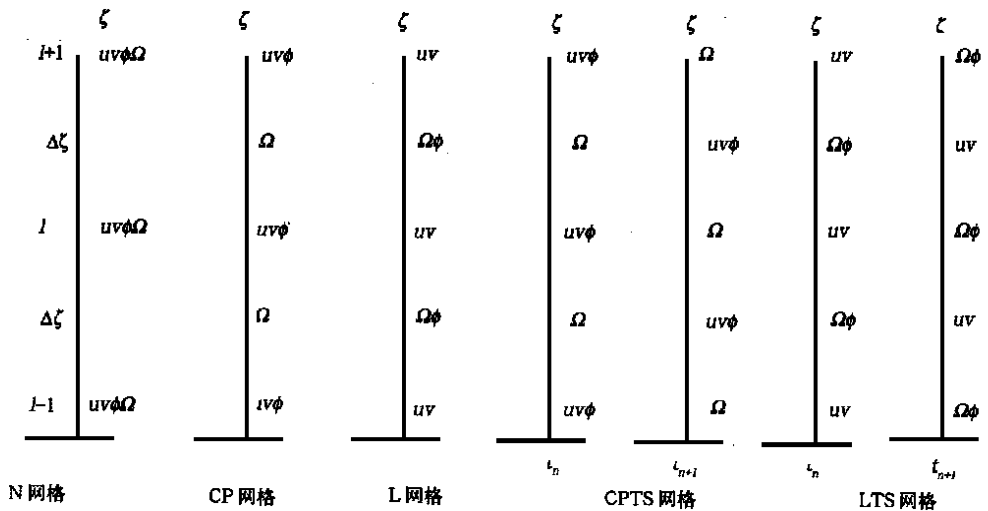


图1 各种垂直网格的变量配置图( $l$ 表示垂直层次, $\Delta\zeta$ 表示垂直网格距)

\* 1999-07-23 收到,2000-08-28 收到修改稿。

直速度和温度放在同一层上,而水平速度放在半层上,具体变量配置见图 1。这种网格的优点在于容易维持准地转流的积分约束条件,例如容易满足通过水平平流的准地转位涡守恒。

后来 Fox<sup>[2]</sup>又提出了两种新网格(见图 1)——就是时间跳点 L 网格(简称 LTS 网格)和时间跳点 CP 网格(简称 CPTS 网格)。这两种网格不仅考虑了垂直方向上的跳点,同时还考虑了时间上的跳点,似乎是一类更为合理的网格。

本文从频率和群速两方面详细地研究包括垂直非跳点网格在内的这几种网格的计算频散性,并予以图示说明,同时指出出现错误群速的垂直尺度范围。

本文还给出了线性斜压适应系统微分形式的频率和垂直群速;分析了垂直跳点网格和时间垂直跳点网格的相应频散特征;讨论了原始方程大气模式所有垂直网格的计算频散性。

## 1 微分情况

下面我们推导线性斜压适应方程组微分形式的频散特征,以便和在各种垂直网格上得出的离散频散特征相比较。

我们从  $\zeta = \ln p$  坐标系取静力近似线性斜压适应方程组出发:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} - fv &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + fu &= 0 \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial \zeta} + C^2 \Omega &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \Omega}{\partial \zeta} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

这里  $u$ 、 $v$  和  $\Omega = \frac{d\zeta}{dt}$  是速度分量,  $C^2$  是常数,  $\phi$  为位势,  $f$  为定常的科氏参数。

设方程组(1)的波解为:

$$F = \overline{F} \exp[i(kx + my + r\zeta - \omega t)] \quad (2)$$

这里  $k = \frac{2\pi}{L_x}$ ,  $m = \frac{2\pi}{L_y}$ ,  $r = \frac{2\pi}{L_\zeta}$ ,  $L_x$ ,  $L_y$ ,  $L_\zeta$  分别为  $x$ 、 $y$ 、 $\zeta$  方向上的波数和波长,  $\omega$  是频率,把式(2)代入式(1)即可得到以下频散方程:

$$\left| \frac{\omega}{f} \right|^2 = 1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) r^{-2} \quad (3)$$

其中  $\lambda^2 = C^2/f^2$  是 Rossby 变形半径。从式(3)中可以看出,频率  $\omega$  决定于水平和垂直波数的比率,即  $k/r$ 、 $m/r$ 。很显然,微分方程组(1)垂直群速分量( $C_{gz}$ )对所有垂直尺度的波动均是负的。即:

$$C_{gz} = \frac{\partial \omega}{\partial r} = - \frac{2f\lambda^2 k^2 r^{-3}}{A} < 0 \quad (4)$$

注意我们在考虑频散特征时只讨论垂直波数  $r \geq r^* = 2\pi/L^*$  的情况,其中  $L^*$  是相应于 Brunt-väisälä 振荡的垂直尺度,在静力近似下,我们取  $\omega \geq N$ ,这里  $N$  是 Brunt-väisälä

频率。

下文比较不同网格频散性时,也主要从频率和群速(指垂直群速分量)两方面考虑。

## 2 垂直网格的计算频散性

本节讨论线性斜压适应方程组在垂直非跳点网格(简称 N 网格)、垂直跳点网格(包括 CP 网格和 L 网格)和时间垂直跳点网格(包括 CPTS 网格和 LTS 网格)下的频散特征。由于我们考虑的是垂直网格的计算频散性,所以水平方向取微分形式。要考虑的垂直网格在图 1 中给出。下面主要分析它们的计算频散性。但实际应用时间垂直跳点网格时应注意的是:时间垂直跳点网格的高低层在相邻的时间步长内应保持一样,这样便于处理地形、地面平衡、边界层参数化、上边界条件公式等。

(1) 垂直非跳点网格,简称 N 网格,它是将所有变量置于同一层上,具体变量配置见图 1。

方程组(1)取垂直非跳点网格后即得下列形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} - fv &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + fu &= 0 \\ \frac{\partial \bar{\phi}_z}{\partial t} + C^2 \Omega &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \bar{\Omega}_z &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

这里用的差分算子和平均算子如下:

$$\begin{aligned} F_z &= \frac{1}{\Delta z} \left| F \left| z + \frac{\Delta z}{2} \right| - F \left| z - \frac{\Delta z}{2} \right| \right| \\ \bar{F}^z &= \frac{1}{2} \left| F \left| z + \frac{\Delta z}{2} \right| + F \left| z - \frac{\Delta z}{2} \right| \right| \\ \bar{F}_z^z &= \frac{1}{2\Delta z} [ F(z + \Delta z) - F(z - \Delta z) ] \\ F^z &= \frac{1}{2} [ F(z + \Delta z) + F(z - \Delta z) ] \end{aligned} \quad (6)$$

这里  $z$  代表  $x$ 、 $y$ 、 $z$  或  $t$ , 设差分方程组(5)解的形式为:

$$F = \hat{F} \exp[ i(kx + my + r\rho\Delta z - n\omega\Delta t) ] \quad (7)$$

这里  $\rho$  和  $n$  是正整数。

把式(7)代入式(5)得:

$$\left| \frac{\omega}{f} \right|_N^2 = 1 + \mathcal{L}(k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta z)}{\Delta z} \right|^{-2} \quad (8)$$

由式(8)可得垂直群速分量  $\partial \omega / \partial r$ :

$$C_{Ngz} = \frac{\partial \omega_N}{\partial r} = - \frac{f\lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta)}{\Delta\zeta} \right|^{-3} \cos(r\Delta\zeta)}{\sqrt{1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta)}{\Delta\zeta} \right|^{-2}}} \quad (9)$$

很明显,对于区间

$$\pi/2 < r\Delta\zeta \leq \pi \text{ 或 } 4\Delta\zeta > L_\zeta \geq 2\Delta\zeta \quad (10)$$

来说,由于式(9)中  $\cos(r\Delta\zeta)$  因子使  $C_{Ngz}$  的符号与微分情况的正好相反(正的)。只有  $L_\zeta > 4\Delta\zeta$  时,  $C_{Ngz}$  符号才是正确的。

比较计算频散特征式(8)、式(9)和微分情况的式(3)、式(4),可以看到它们之间的差别随着可分辨垂直波长的缩短而增加。最主要的是,群速  $C_{Ngz}$  的符号对小于  $4\Delta\zeta$  可分辨的垂直波长是错的。

(2) Lorenz 网格,简称 L 网格,它是将水平速度和温度放在同一层上,垂直速度放在中间层上,具体变量配置见图 1。

方程组(1)在 L 网格上可写成下列形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial x} - fv &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial y} + fu &= 0 \\ \frac{\partial \bar{\phi}_\zeta}{\partial t} + C^2 \Omega &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \Omega_\zeta &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

方程组(11)有下列频散特征:

$$\left| \frac{\omega_L}{f} \right|^2 = 1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-2} \quad (12)$$

$$C_{Lgz} = \frac{\partial \omega_L}{\partial r} = - \frac{f\lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-3} \cos\left|\frac{r\Delta\zeta}{2}\right|}{\sqrt{1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-2}}} \quad (13)$$

比较表达式(12)、式(13)和垂直非跳点网格式(8)、式(9)可以看出:如果垂直增量  $\Delta\zeta$  用半增量  $\Delta\zeta/2$  代替,L 网格的频散性和垂直非跳点网格的完全一样。因此,L 网格的计算频散性完全与 2 倍垂直精度的垂直非跳点网格的频散性相同。

群速在  $\Delta\zeta < L_\zeta < 2\Delta\zeta$  垂直波长范围内为负,在  $L_\zeta > 2\Delta\zeta$  垂直波长范围内为正。

(3) Charney-Phillips 网格,简称 CP 网格,它是将垂直速度和温度放在同一层上,而水平速度放在半层上,具体变量配置见图 1。对于垂直跳点 CP 网格(图 1),方程组(1)有以下形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} - fv &= 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + fu &= 0 \\ \frac{\partial \phi_\zeta}{\partial t} + C^2 \Omega &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \Omega_{\zeta} = 0 \quad (14)$$

方程组(14)不包含任何垂直平均,因此它对斜压离散系统不会产生噪音。且有下列频散特征:

$$\left| \frac{\omega_{cp}}{f} \right|^2 = 1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-2} \quad (15)$$

$$C_{cpgz} = \frac{\partial \omega_{cp}}{\partial r} = - \frac{f\lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-3} \cos \left| \frac{r\Delta\zeta}{2} \right|}{\sqrt{1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-2}}} \quad (16)$$

群速在  $\Delta\zeta < L_{\zeta} < 2\Delta\zeta$  垂直波长范围内为负,在  $L_{\zeta} > 2\Delta\zeta$  垂直波长范围内为正。其频散特征与二倍垂直精度的垂直非跳点网格以及 L 网格的式(12) ~ 式(13) 完全一样,所以,CP 网格和 L 网格一样被广泛应用。

(4) Lorenz 的时间跳点网格,简称 LTS 网格,L 网格的时间跳点就是两个相邻时间步长  $t_n$  和  $t_{n+1}$ ,除了移动  $\Delta\zeta/2$  外,垂直变量分布仍然和 L 网格保持一样。因此,这种网格每隔一个时间步长,变量的垂直分布就重复一次,具体变量配置见图 1。

另外,为避免计算垂直积分区域顶层和底层、处理地形、计算地面通量和由静力方程计算高度以及处理上边界条件等问题,应使两相邻时间层的高层和底层保持不变即时间不跳点。如果为保持其垂直精度,也可以在高低层边界附近重新分布层次。

方程组(1)采用 LTS 网格的形式为:

$$\begin{aligned} \bar{u}_t^t + \frac{\partial \phi}{\partial x} - f \bar{v}^{\zeta} &= 0 \\ \bar{v}_t^t + \frac{\partial \phi}{\partial x} + f \bar{u}^{\zeta} &= 0 \\ \bar{\phi}_{\zeta} + C^2 \Omega &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \Omega_{\zeta} &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

假设  $\omega_{\Delta t} \rightarrow 0$ ,由差分方程组(17)可得下列频散特征:

$$\left| \frac{\omega_{LTS}}{f} \right|^2 = \cos^2 \frac{r\Delta\zeta}{2} + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-2} \quad (18)$$

$$C_{LTSgz} = \frac{\partial \omega_{LTS}}{\partial r} = - \frac{f \left| \frac{\Delta\zeta}{4} \sin(r\Delta\zeta) + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-3} \cos \frac{r\Delta\zeta}{2} \right|}{\sqrt{\cos^2 \frac{r\Delta\zeta}{2} + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r\Delta\zeta/2)}{\Delta\zeta/2} \right|^{-2}}} \quad (19)$$

由于方程组式(17)中科氏项引入了垂直平均  $\bar{u}^{\zeta}$  和  $\bar{v}^{\zeta}$ ,因此得到的式(18)和式(19)不同于式(12)和式(13),但是对可分辨垂直尺度  $L_{\zeta} \gg 2\Delta\zeta$  而言,因为  $\sin(r\Delta\zeta) \geq 0$ ,  $C_{LTSgz}$  始终为负的。而且其本身又是小参数  $r\Delta\zeta$  和  $\Delta\zeta$  的二阶小量,即  $\cos(r\Delta\zeta/2) \rightarrow 1 + O((r\Delta\zeta)^2)$  和  $(\Delta\zeta/4)\sin r\Delta\zeta \rightarrow O[(r\Delta\zeta)^2]$ ,因此,LTS 网格的频散特征式(18) ~ 式(19)与 L 和 CP 网格的频散特征式(12) ~ 式(13)非常接近。

一般,对于时间跳点垂直网格,垂直平均算子总是可以由相应的二时间层平均算子  $F^t$  代替,这样方程组(17)中科氏项就变为:

$$\begin{aligned}
 \overline{u}_t^t + \frac{\partial \phi}{\partial x} - f v^t &= 0 \\
 \overline{v}_t^t + \frac{\partial \phi}{\partial y} + f u^t &= 0 \\
 \overline{\phi}_\zeta + C^2 \Omega &= 0 \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \Omega_\zeta &= 0
 \end{aligned} \tag{20}$$

尽管方程组(20)中二个运动方程的科氏项都包含了时间平均算子,但方程关于  $u^{n+1}$  和  $v^{n+1}$  仍然是线性的。当  $\omega \Delta t \rightarrow 0$  时,方程组(20)的频散特征接近于 L 网格的式(12) ~ 式(13)。

(5) Charney Phillips 的时间跳点网格,简称 CPTS 网格,它是将 CP 网格采用时间跳点的情况,具体变量配置,见图 1 所示。

方程组(1)的差分形式为:

$$\begin{aligned}
 \overline{u}_t^t + \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x} - f \overline{v}^\zeta &= 0 \\
 \overline{v}_t^t + \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial y} + f \overline{u}^\zeta &= 0 \\
 \overline{\phi}_\zeta + C^2 \overline{\Omega}^\zeta &= 0 \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \Omega_\zeta &= 0
 \end{aligned} \tag{21}$$

假设  $\omega \Delta t \rightarrow 0$ , 则其频散特征为:

$$\left| \frac{\omega_{CPTS}}{f} \right|^2 = \cos^2 \frac{r \Delta \zeta}{2} \left| 1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r \Delta \zeta / 2)}{\Delta \zeta / 2} \right|^{-2} \right| \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 C_{CPTSgz} = \frac{\partial \omega_{CPTS}}{\partial r} &= -f \left| \frac{\Delta \zeta}{2} \sin \frac{r \Delta \zeta}{2} \sqrt{1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r \Delta \zeta / 2)}{\Delta \zeta / 2} \right|^{-2}} + \right. \\
 &\quad \left. \frac{\lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r \Delta \zeta / 2)}{\Delta \zeta / 2} \right|^{-3} \cos^2 \frac{r \Delta \zeta}{2}}{\sqrt{1 + \lambda^2 (k^2 + m^2) \left| \frac{\sin(r \Delta \zeta / 2)}{\Delta \zeta / 2} \right|^{-2}}} \right|
 \end{aligned} \tag{23}$$

当  $r \Delta \zeta$  和  $\Delta \zeta$  非常小时, CPTS 网格式(22) ~ 式(23)的这些频散特征接近于 LTS 网格的式(18) ~ 式(19)和 L 以及 CP 网格的式(12) ~ 式(13)。

群速在  $\Delta \zeta / 2 < L_\zeta < \Delta \zeta$  垂直波长范围内为正,在  $L_\zeta > \Delta \zeta$  垂直波长范围内为负。

如果方程组(21)中的垂直平均算子用时间平均算子代替后,可得到 CPTS 网格的下列形式:

$$\begin{aligned}
 \overline{u}_t^t + \frac{\partial \phi}{\partial x} - f v^t &= 0 \\
 \overline{v}_t^t + \frac{\partial \phi}{\partial y} + f u^t &= 0 \\
 \overline{\phi}_\zeta + C^2 \Omega &= 0 \\
 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \Omega_\zeta &= 0
 \end{aligned} \tag{24}$$

当  $\omega\Delta t \rightarrow 0$  方程组(24)的频散特征接近于 LTS 网格的频散特征。

### 3 讨论

由于 L 网格和 CP 网格的频散特征相同,所以以下讨论得到的关于 L 网格的结论对 CP 网格仍然适用。为比较方便,图 2 给出了 N 网格、L 网格、LTS 网格和 CPTS 网格的频率图,图中的横坐标为  $r\Delta\zeta$ ,纵坐标为  $\frac{\omega}{f}$ 。

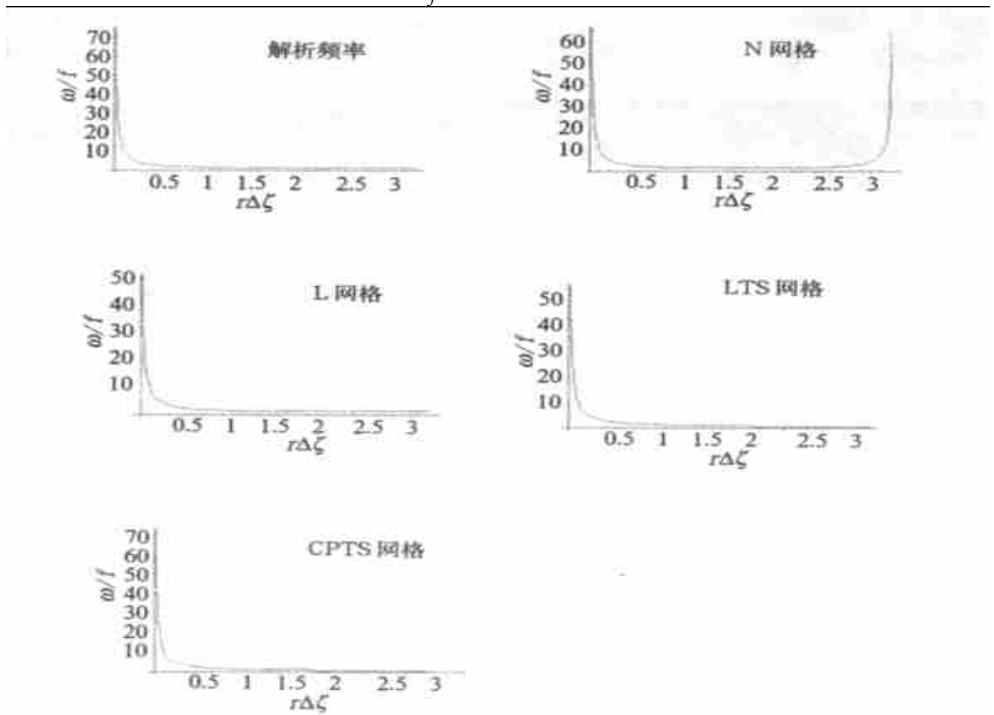


图 2 各种垂直网格的频率图

从图中可以看出,除了 N 网格外,其它网格的频率都和解析频率一样,随着波数的增大(或随着波长的缩短)而减小,为说明各种网格的频率随波长减小的幅度,我们计算了各种网格计算频率的相对误差(见图 3)

R:

$$R_j^i = \frac{C_j^i - C_j^{diff}}{C_j^{diff}}$$

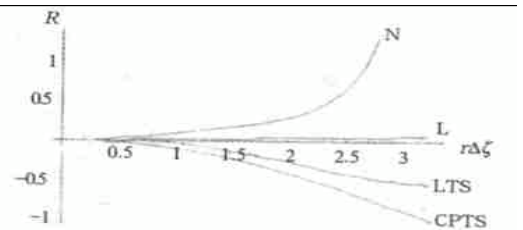


图 3 各种垂直网格的频率相对误差图

其中上标  $i$  代表网格类别,  $diff$  代表解析情况,下标代表  $j$  计算频率或群速。从图 3 中可以看出:L 网格的频率相对误差最小,其次是 LTS 网格,误差最大的是 N 网格,其中 LTS

网格和 CPTS 网格的频率随波数的增大比解析频率减小得快,而 N 网格的频率比解析频率减小得慢,但 L 网格的频率与解析频率几乎相当。由此可见,从频率的角度来看,L 网格的计算频散性最好。

图 4 为各种网格的群速图,图中的横坐标为  $r\Delta\zeta$ ,纵坐标为  $C_{gz}/f$ ,从图中可以看出,只有 N 网格在  $r\Delta\zeta = \pi$  处出现了正群速,其它网格群速的变化趋势与解析群速一致,但略有差别。为比较各种网格与解析群速的差别,我们也计算了各种网格计算群速的相对误差(见图 5)  $R$ ,从图 5 中可以看出:L 网格的计算群速与解析群速相差无几,其次是 LTS 网格,最差的是 N 网格,LTS 网格和 CPTS 网格的群速随波数的增大比解析群速增长得

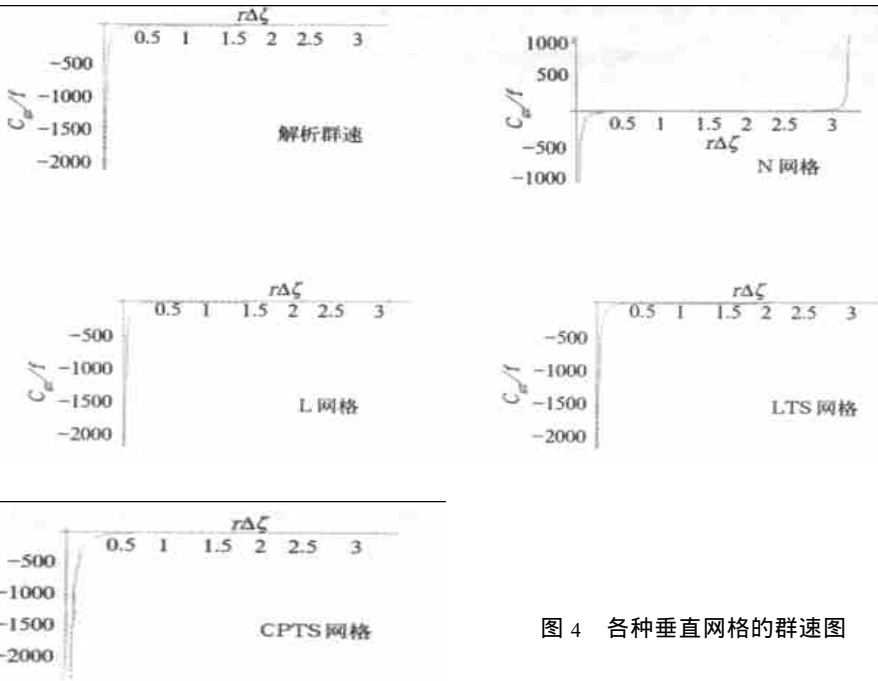


图 4 各种垂直网格的群速图

快,而 N 网格的群速比解析群速减小得快得多,仅有 L 网格的群速与解析群速相当。由此可见,从群速的角度来看,L 网格的计算频散性最好。

分析出现错误群速的垂直尺度范围得到:解析群速对所有尺度波动均为负的,而每种网格出现正群速和负群速的垂直尺度范围列于表 1。

从表中可见:在可分辨的垂直尺度范围,L 网格、CP 网格、LTS 网格和 CPTS 网格的群速均为负的,这与解析群速一致。并且 CPTS 网格出现负群速的垂直尺度最小,最接近

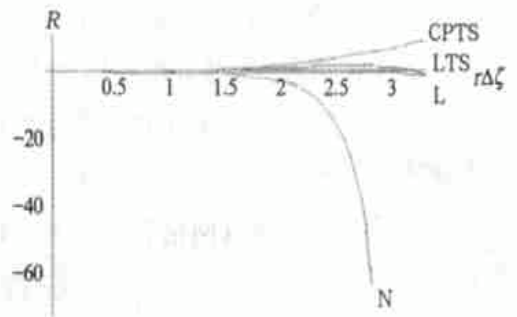


图 5 各种垂直网格的群速相对误差图

解析群速一致。并且 CPTS 网格出现负群速的垂直尺度最小,最接近



表 1 各种垂直网格出现正群速和负群速的垂直尺度范围

	N 网格	L、CP 网格	LTS 网格	CPTS 网格
群速 > 0	$4\Delta\zeta > L_c \geq 2\Delta\zeta$	$2\Delta\zeta > L_c \geq \Delta\zeta$	$2\Delta\zeta > L_c \geq \Delta\zeta, \frac{2}{3}\Delta\zeta > L_c \geq \frac{1}{2}\Delta\zeta$	$\Delta\zeta > L_c \geq \Delta\zeta/2$
群速 < 0	$L_c \geq 4\Delta\zeta$	$L_c \geq 2\Delta\zeta$	$L_c \geq 2\Delta\zeta, \Delta\zeta > L_c \geq \frac{2}{3}\Delta\zeta$	$L_c \geq \Delta\zeta$

解析群速,其次为 LTS 网格,而 L 网格刚好在大于 2 倍垂直格距时才出现负群速。同时它们仅在不可分辨的垂直尺度范围内才出现正群速,并且 CPTS 网格出现正群速的垂直尺度范围最小,其次为 LTS 网格,而 L 网格出现正群速的范围稍大些。这些网格中最差的为 N 网格,它只有大于 4 倍垂直格距时才出现负群速,在可分辨垂直尺度范围内,小于 4 倍垂直格距波动的群速符号都是错的,这意味着,垂直非跳点网格,在这个范围应采用合适的滤波器来控制噪音。由此可见,从出现错误群速的垂直尺度范围来讲,CPTS 网格、LTS 网格和 L 网格的效果都比较好,因为我们描述的波动主要为大于 2 倍垂直格距的波动。

各种网格出现偏差的原因:① N 网格,它是非跳点的,由于  $\phi$  和  $\Omega$  定义在同一层上,所以垂直动量方程中  $\frac{\partial \phi}{\partial \zeta}$  和连续方程中的  $\frac{\partial \Omega}{\partial \zeta}$  必然要涉及到平均,这样就会“藏”有噪音,因此这种垂直网格很少被采用。② L 网格,由于水平速度和温度放在同一层上,垂直速度放在中间层上,所以垂直动量方程中  $\frac{\partial \phi}{\partial \zeta}$  需要平均而连续方程中的  $\frac{\partial \Omega}{\partial \zeta}$  则不需要平均,这样含有的噪音就少些,因此其频散性就好。③ CP 网格,由于该线性斜压适应方程组是取静力近似的,故没有温度场,这样 CP 网格就和 L 网格接近了,因此得到的频散特征与 L 网格一样,CP 网格差分方程组中未涉及一个平均量,故其不会产生噪音。④ LTS 网格和 CPTS 网格,它们是 L 网格和 CP 网格采用时间跳点的情况,但由于科氏项中涉及到垂直平均,因此比 L 网格和 CP 网格产生的噪音大些。

## 4 结 论

由以上讨论可得到下面结论:

- (1) 综合来看,在可分辨的情况下,L 网格和 CP 网格的频散性最好。
- (2) 垂直跳点网格中,CP 网格和 L 网格都有较好的计算频散性,但 CP 网格对斜压离散系统不产生噪音。因此 CP 网格比 L 网格应用得更广泛。
- (3) 所有垂直跳点网格和时间垂直跳点网格的垂直群速分量对可分辨尺度  $L \geq 2\Delta\zeta$  都有正确的符号,而垂直非跳点网格其符号在  $2\Delta\zeta \leq L < 4\Delta\zeta$  尺度范围内是错的。
- (4) 对于时间垂直跳点网格,当垂直平均算子用时间平均算子代替时,其计算频散性与 L 网格和 CP 网格的相当。

## 参 考 文 献

- 2 Fox-rabinovitz M S. Computational dispersion properties of vertical grids for atmospheric models. Proc. 13th World Congress on Computational and Applied Mathematics, Dublin, Ireland, International Association for Mathematics and Computers in Simulation, 1991. 579 ~ 580.
- 3 Charney J C, Phillips N A. Numerical integration of the quasigeostrophic equation for barotropic and simple baroclinic flows. *J. Meteor.*, 1953, **10**: 17 ~ 29.
- 4 Lorenz E N. Energy and numerical weather prediction. *Tellus*, 1960, **12**: 364 ~ 373.

## COMPUTATIONAL DISPERSION PROPERTIES OF VERTICALLY STAGGERED GRIDS

Liu Yudi Zhu Hongwei

(*Meteorological College, PLA Sciences & Engineering University, Nanjing 211101*)

### Abstract

Based on a linear baroclinic primitive equation system, the computational dispersion properties of vertical and time-vertical staggered grids are analyzed in terms of frequency and group velocity characteristics, and the vertical scale ranges of group velocities with wrong sign are pointed out. It may provide guidance for an optimal choice of an appropriate vertical grid for a primitive equation atmospheric model.

**Key words:** Vertically grid Frequency Group velocity Scale range