

# 对称不稳定理论及其应用问题<sup>\*</sup>

## (一) 线性理论

丁一汇

(中国气象科学研究院, 北京 100081)

沈新勇

(北京大学地球物理系, 北京 100871)

### 提 要

该文对对称不稳定理论及其应用的现状进行了全面的评述. 这里是该文的第一部分. 主要讨论线性理论. 这包括无界和有界大气中静力平衡和非静力平衡条件下的对称不稳定, 二维粘性对称不稳定和湿大气的对称不稳定等问题.

**关键词:** 对称不稳定; 线性理论; 中尺度气象.

### 1 引 言

近二、三十年来, 中尺度气象学得到了迅速的发展, 无论在观测事实、理论研究和实际预报方面都比二十多年前有了很大进步. 许多国家组织进行了各种中尺度气象试验, 揭示了许多有意义的事实, 取得了不少研究成果. 研究表明, 由大气内部过程产生的中尺度环流系统, 都受到大气中的动力不稳定性制约. 因此, 中尺度不稳定问题越来越受到重视. 其中, 对称不稳定理论就很引人注目, 人们认为这一概念可能是中尺度动力理论中的一个有希望的突破点.

有关准地转基流对非地转平行型扰动的稳定性研究已有相当长的历史. 从本世纪初到现在, 对称不稳定方面的研究有了长足的进步. 它经历了几个阶段, 并应用于行星大气环流, 到后来再应用于一些中尺度天气现象(如中纬度飑线、锋面降水雨带、雪暴等)的触发机制研究. 对于线性理论部分, 我们从如下四个方面的转换来分别加以介绍: 轴对称→平面对称, 无粘大气→粘性大气, 干大气→湿大气, 均匀参数→非均匀参数.

### 2 早期轴对称扰动的稳定性研究

1916年, Rayleigh 首先讨论了同轴圆筒之间不可压缩均匀流体的惯性不稳定机制.

1993年4月12日收到, 6月18日收到修改稿.

• 国家自然科学基金资助项目.

后来, Solberg(1936)把 Rayleigh 的分析进行了推广,包括了斜压影响,得到了轴对称扰动的稳定性判据,当  $(\frac{\partial M^2}{\partial r})_0 < 0$  时( $M$  为等熵面上的绝对角动量),流体关于轴对称的扰动是不稳定的,否则就是稳定的.他把这种不稳定称之为对称不稳定. Kuo(1954, 1956)<sup>[1]</sup>研究受水平温度梯度影响的旋转流体的轴对称热力对流问题,结果表明旋转的效应限制了对流的发展.对流猛烈发展的临界条件可用 Richardson 数表示为:  $R_i \leq (\sigma + 1)^2 / 4\sigma\mu \cdot (1 + c^2/g\alpha \frac{\partial \theta_0}{\partial z})^{-1}$ , 其中  $\sigma$  为 Prandtl 数,  $\mu$  表示平均纬向流的相对涡度,  $c$  为牛顿摩擦系数,  $\alpha$  为热膨胀系数. 据此,再应用于大气中的经圈环流中,分析了行星环流的对称不稳定. 经向环流的形式和强度主要受到平均温度分布的影响. 当经向温度差值超过一定的界限,所有这些强迫的平均经向环流就变成了剧烈的自由对流. 这样的转换界限用 Richardson 数表示为:  $R_i = g \frac{dn\theta}{\partial z} \cdot (\frac{\partial u_0}{\partial z})^{-2} \leq f^2 \cdot (fz_0 + c^2)^{-1}$ , 其中  $z_0$  是平均纬向流的绝对涡度,  $c$  是摩擦系数. 这个判据与前面的 Richardson 数标准是一致的,但是这样的条件通常大气中并不满足,因此只有弱的强迫的纬向平均经圈环流能够存在. Ooyama(1966)<sup>[2]</sup>进一步用来研究台风涡旋中的发展型轴对称扰动,如果扰动的总动能对任何初始扰动来说都受到限制,那么涡旋就被认为是稳定的. 若至少有一组初始值,使得总扰动动能随时间增长而超过界限,则涡旋就是不稳定的. 后来, Yanai 和 Tokioka(1969)对此进行了数值试验,试验的结果证明了该稳定性条件的充分性.

### 3 绝热无粘的线性对称不稳定性

对于具有常数垂直切变( $\bar{U}_z$ )但没有水平切变、 $f$  平面上的无粘斜压 Boussinesq 流来说, Stone(1966)发现惯性环流几乎是在一个等熵面上作翻转运动. 尽管对较小波长来说,线性增长率对波长的依赖性并不大,然而最大增长率还是和横向风切变方向上水平尺度变为零的条件相联系. 对这种特殊情况的线性理论分析表明:不同类型扰动的增长率是理查逊数( $R_i$ )的函数. 如果  $R_i > 0.95$ , 通常的斜压不稳定占优势;若  $\frac{1}{4} < R_i < 0.95$ , 对称不稳定占优势;若  $R_i < \frac{1}{4}$ , Kelvin-Helmholtz 不稳定占优势. 由 Stone 导出的增长率( $\omega_i$ )表达式以及不稳定流的最大波长( $L_{max}$ )表达式如下:  $\omega_i = f(\frac{1}{R_i} - 1)^{1/2}$ ,  $L_{max} = 2 \cdot \frac{\bar{U}_z H}{f} (1 - R_i)^{1/2}$ . 对于对称不稳定来说,热量的输送方向总是向上、向极地,但是动量却是向下输送,动量的水平输送方向依赖于  $R_i$  数的大小而定,当  $R_i < \frac{1}{3}$  时,动量输送向赤道;当  $R_i > \frac{1}{3}$  时,动量输送则向极地.

#### 3.1 无界大气非静力平衡条件下的对称不稳定

考虑  $(x, z)$  平面的二维问题,基本场满足热成风关系,并引进流函数  $\psi$ , 可得到关于  $\psi$  的单一变量方程:  $\frac{\partial}{\partial z} (\frac{\partial \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi}{\partial z^2}) = -N^2 \frac{\partial \psi}{\partial x^2} + 2S^2 \frac{\partial \psi}{\partial x \partial z} - F^2 \frac{\partial \psi}{\partial z^2}$ . 由此得到频散关系,并可得到对称不稳定的判据  $q = N^2 F^2 - S^4 < 0$ . 该判据还可写成如下 4 种形式:  $R_i^* < 1$ ,

$R_i < f/\bar{\eta}$ ,  $\bar{\eta}_0 < 0$ ,  $\text{tg}\varphi_M < \text{tg}\varphi_0$ , 其中  $R_i = N^2 U^2/S^2$ , 称为倾斜对流 Richardson 数,  $\bar{\eta}$  为垂直方向上的绝对涡度,  $\bar{\eta}_0$  为等位温面上的绝对涡度,  $\text{tg}\varphi_M$  和  $\text{tg}\varphi_0$  分别是等  $M$  面和等熵面的坡度, 它包括了纯粹的重力不稳定和纯粹的惯性不稳定这样两种特殊情形. 对称不稳定中最大增长率的扰动方向位于涡度矢量和位温面之间, 并且因为浮力  $\gg$  惯性力, 扰动趋于沿等熵面运动. 由于在通常情形下,  $q > 0$ , 且在绝热无粘条件下位涡守恒, 因此, 当不考虑摩擦和热源效应时大气不可能成为对称不稳定. 在稳定情形下,  $\sigma_{\min}^2 \sim -f\bar{\eta}_0$ , 相当于近似沿等熵面上的惯性振荡,  $\sigma_{\max}^2 \sim N^2$ , 相当于垂直方向上的浮力振荡. 而且  $q = \sigma_{\max}^2 \cdot \sigma_{\min}^2$ , 任何无粘绝热单向流的重新调整对于对称型扰动来说都必须保持最大频率与最小频率的乘积为常数, 这经常在一些锋面和急流的分析中用到.

### 3.2 准静力平衡条件下的对称不稳定

在准静力近似下, 对称不稳定的判据仍然是  $q < 0$ , 和非静力情形下的判据形式完全一样. 对称扰动最不稳定方向和等熵面一致, 即扰动在等熵面上, 因而也就是等熵面上的惯性不稳定. 此时, 扰动动能方程可写为:  $\frac{\partial}{\partial t} [\frac{1}{2}(u'^2 + v'^2)] = -u'v' \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - v'v' \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}$ . 可见, 对称扰动的能量来自于基本气流的水平和垂直切变.

### 3.3 有界大气中的对称不稳定

根据对大气模式动力学性质的比较研究, 适于讨论中尺度运动的是  $f$  平面内的非静力平衡滤声波模式, 即采用非弹性假设. 张可苏(1988)<sup>[3]</sup>讨论了垂直方向有界的对称不稳定性, 利用边界条件  $\psi|_{z=0, H} = 0$ , 假定流函数特征波解为  $\psi = Ae^{\sigma z} \sin \frac{n\pi}{H} z \sin \frac{\pi}{L} (y - az)$ , 得到了相应的频散关系. 从而导出斜压基流对称不稳定的条件为:  $R_i < \frac{f}{f_a} - \frac{f}{f} n^2 (\frac{L}{L_0})^2$ , 其中  $R_i = N^2/U^2$  是 Richardson 数,  $f_a = f - \bar{u}_y$  为绝对涡度,  $L_0 = \bar{U}_z H/f$  是热成风的惯性圆半径. 由此判据可知, 基流的水平反气旋性切变有利于提高临界理查逊数, 在没有水平切变时, 只有  $0 < R_i < 1$  时, 才有对称不稳定. 其不稳定谱在长波方向上的截断半波长满足  $L_c^2 = (1 - R_i) \frac{L_0^2}{n^2}$ . 对称不稳定永远以倾斜特征扰动形态出现, 它在形态学上实质是斜压大气中的惯性对流不稳定, 正好落在对流和惯性运动之间的中尺度  $\beta$  谱段上. 在小尺度对流问题中, 只有基本场的动能向扰动动能转换, 而在中尺度动力学中,  $f \neq 0$ , 由旋转所支持的准地转斜压基流还可向扰动提供有效位能. 具有  $v, \theta$  正相关及  $u, w$  负相关结构的扰动, 可以从基流的有效位能和动能中得到能量.

Ogura<sup>[4]</sup>等为了揭露一次在 Oklahoma 西部和 Texas 上发展起来的强风暴的可能触发机制, 分析了 SESAME-AVE IV (1979 年 5 月 9-10 日) 无线电高空资料. 这次风暴的一个显著特征是在中低层存在强的垂直风切变. 在白天弱稳定层结的深厚边界层发展时, Richardson 数在风暴前的边界层中变得小于 1. 线性稳定性数值分析结果表明观测到的基态确实是对称不稳定的, 这就意味着对称不稳定是这次风暴的触发机制.

#### 4 二维的粘线性对称不稳定性

在一有界无粘系统中最快增长线性模的长度尺度变为零这一事实告诉我们:真实斜压流体中惯性环流的长度尺度取决于流体的扩散特性.然而在线性对称稳定度问题中加入粘性作用时,会由于方程的阶数升高而使得它的解大为复杂. McIntyre(1970)<sup>[5]</sup>发现惯性稳定度方程关于扩散系数是奇性的,即粘性系统解的性质随着扩散的消失,并不同于无粘系统的解.在一无界粘性斜压流体中单调增长型扰动的不稳定条件为:  $\frac{\bar{\eta}}{f} R_i < \frac{(1+\sigma)^2}{4\sigma}$ , 振荡型扰动的不稳定条件为:  $\frac{\bar{\eta}}{f} R_i < \frac{(1+3\sigma)^2}{8\sigma(1+\sigma)}$ , 其中  $\sigma$  为 Prandtl 数,  $\bar{\eta}$  为垂直方向上的绝对涡度. 当  $\frac{\bar{\eta}}{f} R_i > 1$  时, 最快增长模总是使得扩散的不稳定影响程度增至最大, 而使得粘性耗散的影响程度降至最低, 此时其长度尺度为  $O(\nu^{1/2} f^{-1/4} \bar{U}_z^{-1/4})$ . 然而如果  $R_i$  数在经典意义上是次临界的, 在无界系统中, 另一个模数具有无限长度尺度. 这两种模数的增长率都为  $O(f)$ . 扩散的奇异性显示在上面临界  $R_i$  数对 Prandtl 数的依赖表达式中, 当扩散趋于消失时, Prandtl 数仍然能取有限值. 注意到单调不稳定的临界  $R_i$  数在  $\sigma = 1$  时有最小值, 明显地, 不相等的热量和动量扩散有利于对称不稳定的发生. Emanuel(1979)<sup>[6]</sup> 采用变分方法, 着重讨论了扰动是静力平衡且忽略水平扩散时的粘性流体中的对称不稳定. 粘性的独特作用是确保最快增长扰动具有一个有限尺度, 该尺度本身仅是流体耗散性质的弱函数. 然而, 最不稳定标准模的水平长度尺度首先取决于不稳定区域的深度和等熵面的坡度之比率, 而不是流体的扩散特征. 全粘性惯性环流在其它方面与无粘流体运动有类似之处. 它们也可以向下、向极地输送动量, 但是热量的垂直输送却可以向下, 依赖于流体的扩散特性而定. 能量转换的来源是基态动能和基态位能, 对  $P_r = 1$  ( $P_r$  为 Prandtl 数)  $R_0$  (热力 Rossoy 数) 比较大这一特殊情形, 没有扰动位能与扰动动能之间的转换.  $P_r$  充分大于 1 时能源是基本位能, 而  $P_r$  充分小于 1 时能源是基本动能.

#### 5 湿大气的对称不稳定性

70年代以来, 由于探测技术的发展, 常规地面和探空站网的加密以及有组织的中尺度探测计划的执行等, 人们对大范围降水系统中的中尺度结构特别是温带气旋的中尺度锋面雨带有了较为全面和深入的认识. Elliot 和 Hovind(1964)发现许多雨带的方向与对流区中风的垂直切变方向相一致. Browning 等(1973)研究了不列颠岛上冬季低压中地面暖锋前的降水带状结构. 发现主要的雨带走向平行于地面冷锋, 典型宽度约 100km, 它们的移动比下方的暖锋要快. 随着多普勒雷达的应用, 发现温带气旋中的雨带结构并不是直接或明显地与锋面环流联系, 某些雨带具有对流性质, 另一些雨带中却不存在对流不稳定. 因而, 这些雨带的形成机制也就成了人们研究的重点. 对称不稳定环流的结构和尺度以及发生条件意味着对称不稳定和大气中的某些中尺度环流存在联系. 然而, 量级为  $O(1)$  的  $R_i$  数通常只在地面附近小范围区域或急流附近才能观测到, 而象飑线这样的中尺

度环流几乎贯穿整个对流层. 因此, 人们自然想到凝结作用会改变对称不稳定的临界值以及它的结构. 从水平范围来看, 干大气的对称不稳定判据也很难在 100km 尺度上得到满足, 因而也有必要讨论湿过程的影响.

### 5.1 无限湿大气的条件性对称不稳定

由于潜热释放而产生的对称不稳定, 我们称之为条件对称不稳定. 考虑大气到处饱和, 用湿球位温  $\theta_w$  代替位温  $\theta$ , 采用与干大气中对称不稳定同样的数学方法, 就可以得到无限湿大气中的对称不稳定判据有如下几种形式:  $q_w < 0, f\zeta_{\theta_w} < 0, R_i^* < \frac{N_w^2 S_w^2}{N_w^2 S_w^2}$ , 其中  $q_w = N_w^2 F^2 - S^2 S_w^2, S_w^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta_w}{\partial x}, N_w^2 = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta_w}{\partial z}$ , 或者  $N_w^2 = \frac{\Gamma_m}{\Gamma_d} \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta_w}{\partial z}$ , 这里  $\Gamma_d$  和  $\Gamma_m$  分别为干、湿绝热递减率. 根据湿位涡方程  $\frac{dq_w}{dt} = f \frac{g^2}{\theta_0^2} \vec{k} \cdot (\nabla \theta_w \times \nabla \theta) + f \frac{g}{\theta_0} \vec{\zeta} \cdot \nabla Q + f \frac{g}{\theta_0} \vec{F} \cdot \nabla \theta_w$ . 对于饱和湿大气, 在绝热无粘的条件下,  $\frac{dq_w}{dt} = 0$ . 因此, 除了湿球位涡或者湿球位温面上的涡度初始值为负值外, 在饱和或者二维准地转大气中不能产生条件对称不稳定, 也不能产生条件重力不稳定.

### 5.2 有限湿大气的条件对称不稳定

在无限湿大气中, 不必有补偿的下沉气流, 我们自然地称这种不稳定为条件性对称不稳定(CSI). 在饱和大气中能产生重力不稳定的必要条件似乎也是无限大气中 CSI 的充分条件. 但在有限湿大气中, 这种没有潜热释放的下沉运动具有正的恢复力, 因而可以认为上述无限大气中的不稳定条件在这里只是必要的, 但不是充分条件. 严格的理论证明比较困难, 但可作一些讨论. 有限湿大气中的条件对称不稳定判据有如下 4 种形式:  $\alpha f \zeta_{\theta_w} + f \zeta_{\theta_w} < 0, \alpha(N_w^2/N^2)q + q_w < 0, S_w^2/S^2(R_i^*)^{-1} > (\alpha + 1)/(\alpha + N^2/N_w^2), \alpha \varphi_d < \varphi_w$ , 其中  $\varphi_d$  是等  $M$  面和等  $\theta$  面之间的夹角,  $\varphi_w$  是等  $\theta_w$  面与等  $M$  面之间的夹角,  $\alpha = (h_u L_t)/(h_l L_u) \sim O(1)$  是环形流管的尺度度量. 从中可见, 无限干大气的对称不稳定和无限湿大气的对称不稳定只是其中的两种特殊情形( $\alpha \rightarrow \infty, \alpha = 0$ ). 由于通常情况下  $\alpha \sim 1, \zeta_{\theta}$  (或  $q$ )  $> 0$ , 因此有限湿大气的条件性对称不稳定比无限湿大气时的要求要高一些. 如果上升支越狭窄, 下沉支越宽广,  $\alpha$  值越小, 则不稳定条件越易满足. Bennetts 和 Hoskins<sup>[7]</sup>认为 CSI 是锋面雨带形成的一种主要机制, 并提出了雨带形成的 3 个阶段: 首先, 当空气向北运动并沿一个斜压波上升时, 由于湿度梯度与热成风方向一致或者由于非绝热效应, 而使得湿球位涡成为负值. 第 2 阶段, 当空气足够抬升达到饱和而变成条件对称不稳定, 这种不稳定显示为近似沿热成风方向的滚轴状环流, 导致云带结构的形成. 第 3 阶段, 随着环流发展, 空气运动在对流层中层的优势长条区域导致条件重力不稳定, 由此产生的对流导致强的降水带状结构.

Emanuel(1980)讨论了对称不稳定发生的尺度(10<sup>3</sup>km)、科氏加速度和非地转平流, 认为它们具有同样的重要性. 这种尺度正是中尺度的, 且与锋面雨带的中尺度特征一致. 从锋面气旋系统中某些雨带的观测结果也可以证实条件对称不稳定是其触发机制. 无论

从美国、英国、中国对锋面雨带的观测分析,都发现条件对称不稳定理论能解释许多暖区雨带、暖锋雨带和宽冷锋雨带的观测特征。

### 5.3 弱对称稳定条件下的锋生环流

Eliassen(1962)<sup>[8]</sup>应用准地转理论研究沿着锋区地转风及温度的变化引起的横向环流。决定性的量是地转强迫项,即正交于锋的垂直剖面中地转风平行于锋和正交于锋的两个分量  $u, v$  的 Jacobian 行列式。当 Jacobian 行列式比较大时,在该垂直剖面上的横向环流就较强,并且环流圈趋向于沿着绝对涡度矢量线倾斜。

锋面附近的强降雪带可能与锋生强迫及弱对称稳定度有关。当暖区中对称稳定度较小时,地转锋生强迫导致横向直接热力环流,强上升支就是该环流的一部分。Emanuel<sup>[9]</sup>从理论上研究表明:强的倾斜集中上升支发生在等温线的最大地转压缩区域之暖侧。这种环流特别类似于前面提到的中尺度降水带中的环流结构。进一步采用数值模式研究发现潜热释放产生明显的位涡源汇,这会导致地面锋生的显著增长。潜热加热对地面锋生区域暖区一侧的垂直环流有收缩和加强作用,因此靠近冷锋区域的锋生强迫和弱的湿对称稳定度对地面锋附近雨带的产生也是十分重要的。假定倾斜对流稳定度小并有锋生发生,此时斜压波的发展会由于非绝热强迫的存在而增长,并且最大增长率波动具有一个较小的水平尺度。Xu(1989)<sup>[10]</sup>利用推广的 Sawyer-Eliassen 锋面环流方程又研究了负湿位涡(但不足以诱发湿粘性对称不稳定)与弱锋生强迫共同存在情况下的锋生环流特点,发现在最大强迫区的暖区一侧存在着倾斜带状结构,其强度、带宽及结构与锋生强迫、负湿位涡及涡动粘性这三者的相对大小有关。

这种大尺度锋生强迫和湿对称稳定度的作用也在 1981 年 12 月 5—6 日的一次新英格兰大暴风雪和 1986 年 11 月 22—23 中国内蒙的大暴雪中得到一定证实\*。需要注意的是上升支是由锋生强迫所驱动,但是其强度却与暖空气中小的对称稳定度有关。

### 5.4 Wave-CISK 理论

Emanuel(1982)<sup>[11]</sup>使用 Wave-CISK 方法考虑条件不稳定大气中积云加热的影响,加热率规定为某一层  $z = z_0$  上中尺度垂直速度的函数,  $Q^* = N^2 Q_0 G(z) \frac{\partial \theta}{\partial y} |_{z=z_0}$ ,  $Q_0$  是常数,粗略地与大范围积雨云的不稳定程度成比例,  $G(z)$  为垂直加热分布函数,可取为  $\sin \pi z$ 。结果发现,平行于波锋的切变存在导致出了新的 Wave-CISK 模态,它并不强烈依赖于积云加热的垂直结构。这种新模态具有中尺度量级,增长率与环境风的垂直切变成比例,且向暖区传播。这些模态和斜压流中飑线的观测结果比较一致。

采用 Green 函数方法和 Fourier 方法可以讨论凝结加热反馈在对称不稳定中所起的作用<sup>[12]</sup>。凝结加热反馈的确对对称不稳定有明显影响,它使对称不稳定的增长率和截断半波长加大;加热廓线的不同也使不稳定增长率发生改变,低层加热反馈明显有利于对称不稳定的发展;加热廓线的改变也使对称不稳定由原地增长变为传播型增长。

\* 王建中,丁一汇:一次内蒙暴雪的对称不稳定分析,1992年

春末夏初,从我国长江中下游至日本存在梅雨锋降水.在东西走向的大尺度云带中,镶嵌着 1—2 条中- $\alpha$  尺度雨带,雨带里还有中- $\beta$  尺度雨团活动.对于梅雨锋雨带的特征、环流形式和形成机制,一些学者已作出了一些研究.从理论上分析这些梅雨锋雨带的结果表明,这种雨带是由湿大气中 Wave-CISK 对称不稳定性所激发形成的.

## 6 非均匀参数对称扰动的不稳定性

对于非非常的弱热成风平衡的大尺度背景,可以应用 WKB 方法分析二维动量无辐散近似下的扰动方程,结果发现中尺度扰动波包对称发展的原因是基本场的非非常性以及热成风偏差<sup>[13]</sup>.双向传播的重力惯性波包,如果一个方向扰动对称发展,则另一个方向必定对称衰减,而且这种发展和衰减只有在热成风偏差的梯度和波包传播方向  $\vec{C}_g$  一致时才最强.对于非均匀基态,线性 SI 推广的能量守恒积分关系式必定包含初始的热惯性扰动.当基态处于稳定和不稳定转折点时,初始的热惯性扰动是决定该扰动增长或衰减至关重要的因子.这就意味着作为 SI 环流的触发因子,初始非地转热惯性扰动可能比初始的横向扰动更重要,至少当基态的不稳定度很弱的时候更是如此.将一般的能量守恒积分应用到线性 CSI 中,我们可以把以前均匀基态线性 CSI 的分析结果推广到弱非均匀基态(层结和基流切变是空间的函数)的线性 CSI 中.有关基本流场呈非线性切变时,可以得到广义能量守恒方程并可进行一些讨论.

Emanuel(1982)使用变分原理证明:对于任意切变和静力稳定度的纬向对称流来说,使用环流积分估计的增长率或临界 Richardson 数将必定低估了对应的精确线性本征值方程的解,即只要增长率关于积分路径最大,用环流积分计算的增长率将是对应的线性扰动方程的精确本征值.对一定特殊的积分路径来说,可以得到估计的临界 Richardson 数的表达式,所得结果显示与 Bennetts(1979)的结论比较好的一致.

关于层结水平分布不均匀对稳定性的影响主要在于降低了不稳定条件,使原来稳定的传播模态(指  $\frac{\partial N^2}{\partial y} = 0$  情况下的传播模态)被激发为弱不稳定模态,产生一个缓慢传播的强不稳定模态和若干快速传播的弱不稳定模态.不稳定模态结构分析表明,缓慢传播的不稳定模态向冷区倾斜(层结很不稳定或积云加热很强时,此不稳定模态趋于垂直),而快速传播的弱不稳定模态则基本呈垂直状(略向暖区倾斜).复杂风场结构则有利于对称不稳定的发展,特别是存在着较强的低(高)空急流的情况下,中尺度扰动更容易成为不稳定扰动,且增长速度较快. Kuo 和 Seitter<sup>[14]</sup>研究低层中性或不稳定层结、上层为稳定层结情况下垂直方向变化的复合地转流的稳定性.由基流  $U$  的不稳定所激发的最不稳定中尺度扰动是在  $x$  方向很大波长  $y$  方向较短波长的对称模态.而低空急流  $V$  的不稳定则激发两种不同的最不稳定扰动,在不考虑摩擦时,一个是  $L_x \approx 2H, L_y \approx \infty$ ,另一个是  $L_x \approx \infty, L_y \approx 2H$ .当基流  $U, V$  同时考虑时,又会出现两种不稳定扰动,其一是  $L_x \approx 40 \sim 60H, L_y \approx 6H$  且缓慢移动,另一个是波数满足  $l = 0.3 + 0.85k$  且移动较快的模态.当快速移动短波模态的最大强度发生在低层时,缓慢移动模态的最大强度则发生在中层以上.这种存在夹角的高、低空急流的存在可以大大增加不稳定扰动的增长速度,其动力作用在扰动发展初期起着决定性的作用.

## 参考文献

- 1 Kuo H. L. Symmetrical disturbances in a thin layer of fluid subject to horizontal temperature gradient and rotation. *J. Meteor.*, 1954, **11**:399-411.
- 2 Ooyama K. On the stability of the baroclinic circular vortex; a sufficient criterion for instability. *J. Atmos. Sci.*, 1966, **23**:43-53.
- 3 张可苏. 斜压气流的中尺度稳定性. I. 对称不稳定. *气象学报*, 1988, **46**:258-266.
- 4 Ogura Y., H.-M. Juang, K.-S. Zhang and S.-T. Soong. Possible triggering mechanisms for severe storms in SESAME-AVE IV (9-10 May 1979). *Bull. Amer. Met. Soc.*, 1982, **63**:503-515.
- 5 McIntyre M. E. Diffusive destabilization of the baroclinic circular vortex. *Geophys. Fluid Dyn.*, 1970, **1**:19-58.
- 6 Emanuel K. A. Inertial instability and mesoscale convective systems. Part I: Linear theory of inertial instability in rotating viscous fluids. *J. Atmos. Sci.*, 1979, **36**:2425-2449.
- 7 Bennetts D. A. and Hoskins B. J. Conditional symmetric instability --- a possible explanation for frontal rainbands. *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 1979, **105**:945-962.
- 8 Eliassen A. On the vertical circulation in frontal zones. *Geophys. publ.*, 1962, **24**:147-160.
- 9 Emanuel K. A. Frontal circulations in the presence of small moist symmetric stability. *J. Atmos. Sci.*, 1985, **42**:1062-1071.
- 10 Xu Q., Extended Sawyer-Eliassen equation for frontal circulations in the presence of small viscous moist symmetric stability. *J. Atmos. Sci.*, 1989, **46**:2671-2683.
- 11 Emanuel K. A. Inertial instability and mesoscale convective systems. Part I: Symmetric CISK in a baroclinic flow. *J. Atmos. Sci.*, 1982, **39**:1080-1097.
- 12 沈新勇, 张铭. 具有凝结加热反馈的对称不稳定的研究. *热带气象*, 1992, **8**:115-124.
- 13 孙立潭, 赵瑞星. 中尺度扰动的对称发展. *气象学报*, 1989, **47**:394-401.
- 14 Kuo H. L., and Seitter K. L. Instability of shearing geostrophic currents in neutral and partly unstable atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, 1985, **42**:331-345.

**A REVIEW OF THE SYMMETRIC INSTABILITY  
THEORY AND ITS APPLICATION  
PART I: LINEAR THEORY**

Ding Yihui

(Chinese Academy of Meteorological Sciences, Beijing 100081)

Shen Xinyong

(Department of Geophysics, Peking University, Beijing 100081)

**Abstract**

The present paper has comprehensively reviewed the state of art of symmetric instability theory and its application to mesoscale meteorology. Here is its part 1 which mainly deals with the linear theory. It includes the symmetric instability in the bound and boundless atmosphere under the condition of hydrostatic and non-hydrostatic equilibrium, the two-dimensional viscous symmetric instability and the symmetric instability in a moist atmosphere.

**Key words:** Symmetric instability; Linear theory; Meso-scale meteorology.